Math.p.
8
f

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Neu Verbessert=
Und durch Demonstrationes zur Mathemati-
schen Wahrheit
Leitender
INGENIEUR.

Worinnen

Hundert rare und curieuse Eigenschafften derer jenigen Figuren so aus 3. geraden Linien können beschlossen werden/ darinnen auch das Fundament der Trigonometriæ und Sectionis Conicæ zu erfahren.

Nebst

Einem Plan einer Neu=inventirten Manier ein Drey=Eck Royal zu bevestigen/ wobey dessen perspectivischer Aufzug und Profils zu finden;

Wie auch

Ein auf das stärckste und beste fortificirtes Acht=Eck/ samt dessen Profils und perspectivischer Aufzug.

Denen beygefüget ist

Ein Neu=inventirtes und einem Rammel gleichendes Instrument, womit jeder Grund zu examiniren/ ob solcher den darauf zu stehen kommenden Bau/ ohne Rost und Pfähle zu ertragen vermögend ist oder nicht.

Denen Herren INGENIEURS und andern Liebhabern der Mathematique zu weiterer Speculation vorgestellet

Durch

JOHANN=ADAM CASS,
Hoch=Fürstl. Hessen=Casselischen Ingenieur-Hauptmann.

CASSEL/
In Verlegung Johann Bertram Cramer/ Buchhändler. Anno 1722.

27.B

NOUVEAU CORRIGÉ
OU PAR DES DEMONSTRATIONS GUIDE DE
L'INGENIEUR
à LA VERITABLE MATHEMATIQUE.

OU IL Y A

CENT rares, & curieuſes Proprietez des Figures, qui peuvent être remfermées par 3. droites lignes, dans les quelles y pourront ſçavoir le Fondement de la Trigonometrie, & de la Section conique.

AVEC

Un Plan d'une Maniere Nouvellement Inventée, pour fortifier, un trois Coins Rojal, auprés du quel on trouve le Proſpect & Profils.

COMME AUSSI

Un huit Coins Fortifié, des Meilleurs, & plus forts, avec ſon Profils & Proſpect au prés.

JOINT

Une Nouvelle Invention, & un Mouton ſemblable à l'Inſtrument, avec lequel on examine, chaque Fondement, pour ſçavoir s'ils pourront ſupporter le Bâtiment qu'on veut faire, s'ils ont beſoin d'être Grillez Pilotez ou non.

Meſſieurs les INGENIEURS & autres AMATEURS de Mathematique, pourront y faire des Reflexions plus outre.

REPRESENTÉ

PAR

JEAN ADAM CASS,

CAPITAINE - INGENIEUR de S. A. S. MONSEIGNEUR LE LAND-GRAVE de HESSEN - CASSEL.

CASSEL

Se vend chez Jean Bertran Cramer, Marchand Libraire. Anno 1722.

Dem Durchlauchtigsten

Fürsten und Herrn/

HERRN

CARLEN/

Landgraffen zu Hessen / Fürsten zu Hersfeld / Graffen zu Catzenelnbogen / Dietz/ Ziegenhayn/ Nidda und Schaumburg/ ꝛc.

Meinem gnädigsten Fürsten und Herrn.

A SON ALTESSE SERENISSIME MONSEIGNEUR

CHARLE,

LANDGRAVE DE HESSE, PRINCE DE HERSFELD, COMTE DE CATZENELNBOGEN, DIETZ, ZIEGENHAYN, NIDDA ET SCHAUMBURG, &c. &c.

Durchlauchtigster Fürst,
Gnädigster Fürst und Herr!

Da die gantze Welt mit demühtigstem Erstaunen bewundert / daß Euer Hoch-Fürstl. Durchl. aller / aber besonders der Mathematischen und Mechanischen Künsten / Hoher Beschützer und Beforderer seyen / ja selbige nicht allein im höchsten Grad besitzen / sondern auch durch hocherleuchte Inventiones täglich vermehren / und durch Dero Hohes Exempel vielen andern / solcher Wissenschafften weiter nachzudencken und zu besserer Perfection zu bringen / sowol das Hertz mittheilen / als auch alle Mittel und Kunstgriffe an die Hand geben: Als lebe in der unterthänigsten Zuversicht / Euer Hoch-Fürstl. Durchl. werden diese wenige von mir entworffene Bogen mit gnädigsten Augen durchlesen; Zumal da ich rühmen muß / daß durch Euer Hoch-Fürstl. Durchl. hohe Gnade Gelegenheit und Mittel er-

MONSEIGNEUR.

Comme avec soumission tout le monde s'etonne merveilleusement, que VOTRE ALTESSE SERENISSIME soit le grand Protecteur, & Promoteur de tous les arts, particulierement de Mathematique & Mechanique, oui, comme ne les possedant pas seulement au suprême degré, mais les augmentant tous les jours par des nouvelles Invention brillantes, donnant lieu par son grand Exemple à beaucoup d'autres, de chercher plus avant, à fin de mieux perfectionner ces sçiences, faisant participant un chacun du cœur, ou fondement, en leur mettant en main les mojens, & adresse de les faire. Ainsi je vis dans une tres humble confiance, que VOTRE SERENITE lira gracieusement de ses yeux, ces feüilles que j'ai mis en avant. Toute fois j'avoüe que c'est par les grandes graces de VOTRE SERENITE que j'ai eu l'occasion & mojen de les faire,

erhalten habe/ meine wenige ohnvorgreiffliche Gedancken mit dem Druck der Lehr-begierigen Welt zu communiciren. In solcher unterthänigsten Zuversicht dañ lege dieses Werck mit aller ersinnlichen veneration zu Euer Hoch-Fürstl. Durchl. Füssen/ demühtigst bittend/ nicht solches schlechte Werck/ sondern die grosse Begierde/ mein geringes talent nach Euer Hoch-Fürstl. Durchl. gnädigstem Willen anzuwenden/ in hohe Consideration zu ziehen/ und mir mit aller Gnade zugethan zu verbleiben. Ich werde meines Orts ohnaufhörlich den grossen Jehova anflehen/ daß die so herzlich aufgehende Strahlen/ ja der Brunn so viel hocherleuchteter Wissenschafften mit Dero ungemeinen hohen Tugenden zum höchsten Ruhm/ und Glückseeligerer Beruhigung der Kunst selbsten/ durch noch lange glücklichen hohen Regierung nach aller Unterthanen Wunsch als ein rechtes Meer stromen möchten/ womit in treu-eyfferigst und unterthänigster devotion verbleibe

Euer Hoch-Fürstl. Durchl.

Unterthänigst-gehorsamster Knecht

Johann Adam Cass.

re, & de communiquer mes penſées par un imprimé aux ſçavants du Monde. Avec ces ſentiments & une profonde veneration, je mets cêt ouvrage aux pieds de VOTRE SERENITE, la ſuppliant bien humblement de ne point regarder ſa petiteſſe, mais le grand deſir que j'ai d'emplojer le petit talent que Dieu m'a donné ſelon la volonté de VOTRE SERENITE dont je la ſupplie de me continuer ſes graces; Et je ne ceſſerai ja mais de prier le grand Dieu qu'il donne un long Regne à ce Magnifique naiſſant Rayon, oui? la fontaine de tant des brillantes ſçiences, & extraordinaires vertus, pour la grande gloire & avancement des arts même, & pour le bonheur de tous les ſujets, du nombre des quels je demeure avec un zele fidelle, & une profonde humilité

DE VOTRE ALTESSE

SERENISSIME MONSEIGNEUR

Le Tres Soumis & Reſpectueux

JEAN ADAM CASS.

Vorrede.

Nach Standes Gebühr Geehrter und geneigter Leser!

WAs der Weltweise Pythagoras von der Zahl Drey gehalten/ solches wil nicht allein von den Natürlichen/ sondern auch von den Göttlichen Dingen bestättiget werden; Dann nicht allein das meiste in natürlichen Dingen von dreyen wesentlichen zusammen gesetzet ist/ sondern die Göttliche Natur selbst wil mit dreyen Namen benennet und ausgedrucket werden; Es muß nemlich die Zahl Drey als etwas Göttliches angesehen und gehalten werden. Dann solches bezeugen viele ansehnliche Philosophi, welche behaupten/ daß das gantze Wesen aus dreyen Dingen/ nemlich aus Sal, Sulphur und Mercurius bestehe. 2. Bekräfftiget solches der Schöpffer selbst/ welcher das Wesen eingetheilet in Regnum animale Regnum vegetabile und Regnum minerale, und wann man diese drey Reiche genau examiniret/ so findet man/ daß jedes von diesen dreyen Reichen wieder in drey Classen vertheilet seye; Es bezeuget solches der Geist Gottes selbst/ 1 Thess. V, 23. daß das fürnehmste im animalischen Reiche/ als dem fürnehmsten in der Natur/ bestehe aus Geist/ Seele und Leib. 3. Kan man ohne Bewunderung die Variation des Wassers/ welches sich in Schnee und auch in Eyß verwandelt/ alle drey aber doch nur ein Corpus haben/ nicht ansehen. 4. Bestehet die Music in dreyen Thonen/ und ob solcher schon acht auf einmal gegriffen werden/ so sind solcher doch nur drey z. E. g. h. d. dann greiffet man einen andern dazu/ so ist es ein falscher Thon. 5. Betrachtet ob das Schieß-Pulver einen rechten Effect hat/ wo nicht die drey ingredientia als Salpeter/ Sulphur und Kohlen und zwar nach gehöriger proportion zusammen gesetzet seynd. Es hat nemlich GOTT alles in Maas/ Ziel und Gewicht erschaffen/ und ist/ wie schon gemeldet/ nicht ein einziges Ding/ so nicht aus dreyen andern seinen Ursprung/ Cörper und Wesen hätte. Wer wil es also denen Mathematicis verdencken/ daß sie so viele Zeit/ Mühe und Fleiß auf den Triangulum, welcher gleichfals aus dreyen Linien zusammen gesetzet/ um dessen verborgene Eigenschafften an das Licht zu bringen/ verwenden/ ja wer wil so ohnverschämt seyn/ daß er so gar grossen Potentaten/ welche ihr hohes Vergnügen in dieser vergötterten Figur finden/ solches ernste Nachsinnen unrecht auslegen dörfte. Ich meines Orts gestehe gar gerne/ daß ich schwerlich zu rechter Erkäntniß derer Triangulorum kommen wäre/ wo nicht das hohe Einsehen Ihro Hoch-Fürstl. Durchl. meines gnädigsten Fürsten und Herrn mich dahin geleitet hätte/ wie solches die 100te Eigenschafft klar beweiset/ als welche die erste Figur gewesen/ so mich zu dieser Speculation aufgemuntert hat; Da ich auch ehedessen bey dem vortrefflichen Mathe-

ma-

PREFACE.

Selon le Rang, honneur au cher Lecteur.

CE que le Philosophe Pithagore tien du nombre de trois, il ne veut pas seulement le confirmer par la Nature, mais aussi par la Divinité, car non seulement la plus part des choses dans la nature sont composées ensemble de trois choses Essentielles, mais aussi la nature Divine même veut être nommée de trois noms. Ainsi il faut que le nombre de trois soit regardé, & tenu pour quelque chose de Divin. Comme le temoignent beaucoup de sçavants Philosophes, qui soutiennent que toute l'Essence est composée de trois choses, sçavoir, de Sel, du Souphre, & du Mercure. 1. Le Createur même l'affirme en partageant l'essence en regne animal, regne vegetal, & regne mineral, & lors qu'on examine de prés ces trois regnes, on trouve encore que chacun de ces trois regnes sont partagez en trois classes, l'Esprit de Dieu même nous le temoigne à la 1 Tess. VI, v. 23. en disant que le principal du regne animal, comme le premier dans la nature est composée en Esprit, ame & corps. 2. Peut on voir sans admiration la transmutation de l'eau la quelle se change en neige, & en glace, cependant tous les trois n'ont qu'un même corps. 3. Toute la Musique est composée de trois thon, & quoi qu'on s'en serve de fois qu'il y à de huit. il ne sont pourtant que trois P. E. g. h. d. car en prend on un autre avec, il est un faux thon. 4. Considerez la poudre à canon si elle à l'effet lors que les trois ingrediens sçavoir Salpetre, Souphre, & Charbon ne sont point ensemble, & avec la proportion qui leur convient. Dieu à crée toute chose par messure, portée, & poid, & il n'y à pas une seule chose comme il est dit si dessus quelle ne prenne des trois autre choses, origine, corps, & Essence. Ainsi qui sera la personne qui condamnera la Mathematique, qui emploje tant de tems & de diligence au Triangle le quel est aussi compris par trois lignes misses ensemble, & qui en decouvre ses proprietez chachées, & les mets au jour, oui? qui sera si mauvais de condamner ses serieuses reflexions, ou tant des Potentats, trouvent en cette Divine Figure leurs grandes satisfactions, quand à moy j'avoüe volontier, que je serois difficillement venu à la veritable connoissance du Triangle si SON ALTESSE SERENISSIME MONSEIGNEUR ne m'y eusse conduit, comme fait voir clairement la 100. Proprieté, la quelle à été la premiere figure qui m'a incité à cette speculation dont j'en avois deja fait quelque chose dans l'Algebre, auprés de l'Excellent Mathematicien Mr. Wolff, Professeur & Conseiller Aulique de Halle qui m'a extrememement servi dans cette speculation, par ledit

Alge-

matico Hr. Hof-Raht und Professore zu Halle Hr. Wolffen/ etwas in der Algebra gethan/ ist mir solches in dieser meiner Speculation ungemein zu statten kommen; Durch gedachte Algebram habe ich also nachgesetzte 100. Eigenschafften ausgearbeitet/ alwo zugleich berichte/ daß nicht alles meine invention seye/ sondern bekenne/ daß deren unterschiedliche in andern Büchern anzutreffen seyen/ solche habe ich nach denen Euclidischen Principiis examiniret/ und nach Anleitung der Algebraischen æquation in diese Form gebracht/ und weilen mir bekandt/ daß aus vielen Ingenieuren kaum etliche/ wegen der Campagne und andern Verrichtungen/ die Zeit und Gelegenheit gehabt dem Studio Mathematico obzuliegen/ sondern sich alleine mit der simplen Arithmetique und Geometrie bey ihrer Fortifications-Theorie und Practique begnügen müssen/ so habe mich unterfangen denen zu gut/ welche das süsse Vergnügen in Erkäntniß der Mathematischen Wahrheiten suchen/ diese 100. Eigenschafften derer Triangulorum zum Druck zu befördern/ und hoffe ich daß dieses Werck um desto mehr wird angenehm seyn/ weil nicht alleine die Eigenschafften nach der Kürtze beschrieben/ sondern auch weil dergleichen/ meines wissens/ so compendieux und zwar in Teutscher Sprache noch niemals an Tag gegeben worden/ solte ich aber irgendwo einen Irthum begangen haben/ den wolle der geneigte Leser corrigiren/ und gedencken/ daß wir Menschen dem Fehl unterworffen seyn/ auch daß viele Augen mehr als zwey sehen können/ und weil ich Willens/ der wunderbahren Figur des Trianguli weiter nachzudencken/ und was ich finde ebenfals drucken zu lassen/ als ergehet an die Hrn. Ingenieurs und andere Liebhaber der Mathematique mein dienstliches Ersuchen/ daß wann Jemand einige Eigenschafften/ so hier nicht beschrieben seyn/ besitzet/ wolle Derselbige gelieben solche an mich gelangen zu lassen/ auch mir anbey die Erlaubniß geben/ dessen Namen in dem Druck vorzusetzen/ wann dann durch solche Collecta alle die Eigenschafften zusammen gebracht/ und bekandt ist/ daß das Fundament der Mathematique, wo nicht gantz/ doch der gröste Theil auf das gründliche Erkäntniß derer Triangulorum beruhet/ so haben Wir Hoffnung / daß Wir endlich auch in der Teutschen Sprache/ die sonst sehr weitläufftige und schwer scheinende/ sowol schlechte als höhere Geometrie und zwar in einem gantz engen Begriff werden lesen können/ welches ich von Hertzen wünsche/ und mich dem geneigten Leser schönstens empfehle.

WEil mir bekandt ist/ daß viele Liebhaber der Mathematique und Fortification von diesen Wissenschafften lieber etwas in Frantzösischer als Teutscher Sprache lesen/ so habe denen zu gut das gantze Werck in die Frantzösische Sprache übersetzen lassen.

Algebre j'ai composé les suivantes 100. Proprietez, toute fois je ne dis pas quelles sojent toutes de mon invention, mais j'avoüe qu'on en peut trouver quelques unes dans quelques livres, j'ai examiné les dites suivant les principes Euclidi & selon le guide de l'Algebre equation je les ai misses de cette maniere, & comme je sçai que de beaucoup d'Ingenieurs qu'il y à, à peine s'en trouve il quelqu'un qu'il aye eu le tems d'etudiér la Mathematique, à cause des Campagnes & autres espeditions, mais il faut qu'ils se contentent seulement de la simple Arithmetique & Geometrie, a leurs fortification theorie & pratique, ainsi cela m'a fait entreprendre pour leur bien, ce qu'il cherchent dans le doux contentement de la connoissance de la verité de Mathematique, en faissant Imprimer l'origine de ces cents Proprietez du Triangle, esperant que c'est ouvrage sera d'autant plus agreable, tant par la brieveté de la description des Proprietez, qu'a cause qu'il n'a j'amais été mis au jour si compendieux, n'y en Langue Alemande que je Sache. Cependant si j'ai fait quelque erreur, il plaira au cher Lecteur de les corriger & songer que nous sommes hommes sujets aux de fauts, & même que plusieurs yeux vojent mieux que deux. Et comme j'ai envie de chercher plus avant à la merveilleuse Figure du Triangle, si je la trouve je la ferai imprimer, je prie aussi Mestieurs les Ingenieurs & autres Amateurs de Mathematique, que s'il se trouve quelqu'un qui posse de quelque proprieté qui ne soit pas décrite si dedans, de me la faire communiquer, & me permettre de mettre son nom dans l'imprimé. Quand par ces recherches l'on aura assemblé, & connû toutes les Proprietez, & que le fondement de Mathematique, si ce n'est tout entier, du moins une bonne partie ou roule la Connoissance fondamentale du Triangle sera connû, nous avons esperance en fin, de pouvoir resoudre en Langue Allemande que tems passé etoit si longue, aussi bien que la plus grande Geometrie, ce que je souhaite de tout mon cœur, & me recommande au cher Lecteur,

Erste Eigenschafft.

WEnn die 3. Linien a b c. deren zwey allezeit grösser seyn als die Dritte/mit ihren Enden dergestalt aneinander gefüget werden / daß die Linien b. und c. jede auff einem Ende der Linie a. zu stehen kommt/und die anderen beiden Enden von gedachten Linien auch über der Linie a. in einem punct zusammen stossen / so beschliessen solche 3. Linien eine Fläche/
FIGUR. I. deren Figur ein Triangul genennet wird/wie bey *Figura I.* zu sehen; Ingleichen formiren diese 3. Linien, wo sie an einander stossen / 3. Winckel/ bestehet derowegen ein jeder Triangul aus 3. Seiten und 3. Winckel.

Erster Lehr-satz.

FIGUR. 2. Wann durch zwey Parallel-Linien a. und b. eine andere gerade Linie c. gezogen wird/ so seynd die gegen überstehende Winckel einander gleich.

Beweiß.

Lasset aus den beiden Durchschnitten d. zwey Circul gezogen seyn / so ist e f g. ein halber Circul. Da nun ein jeder Circul in 360. grad getheilet wird / so ist ein halber Circul e f g. 180. grad, nun sind c f. und e g. gerade Linien, welche sich in dem Centro des Circuls durchschneiden/ und also die Theile d c. d e. d f. und d g. einander gleich machen / woraus dann folget/daß auch die Stücke des Circuls e f. und c g., welche einander gegen über stehen/ ingleichen die Stücke c e. und f g. einander gleich seyn müssen.

2. Eigenschafft.

In einem jeden Triangulo seyn die 3. Winckel zusammen 180. grad.

Beweiß.

FIGUR. 3. Es sey ein Triangulus a b c. dessen basi a c. eine Parallel-Linie d e. gezogen / und darauff aus dem punct b. der halbe Circul d f g e. beschrieben ist / da nun nach dem vorhergehenden Lehr-Satze der Winckel g b e. dem Winckel c. und der Winckel f b d. dem Winckel bey a. gleich ist / und der dritte Winckel f b g. den Uberrest f g. des halben Circuls d f g e. einschliesset/ so ist erwiesen/ daß alle 3. Winckel des Trianguls a b c. zusammen genommen / dem halben Circul d f g e. gleich seyn / und dahero 180. grad halten.

3. Eigenschafft.

FIGUR. 4. Wenn in einem Triangul zwey Winckel dem dritten gleich seyn / so ist der dritte ein Winckel von 90. grad, oder rechter Winckel.

Beweiß.

PREMIERE PRO-PRIETÉ OU DESCRIPTION.

QUand trois lignes a b c. dont deux toûjours ſont plus grandes que la troiſiéme, ſe rencontrent tellément à leurs extremités, que les lignes b. & c. rencontrent chacune une des extremités de la ligne a. & ſe joignent en un point au deſſus de la dite ligne a. ces trois lignes renferment une ſurface, appelleé un Triangle, comme il ſe peut voir à la FIGURE I. de méme ces trois lignes, en ſe rencontrant formant par leur rencontre trois angles, c'eſt pourquoy chaque Triangle conſiſte en trois côtés & trois angles. FIGUR. I.

PREMIERE PROPOSITION.

Quand à travers deux lignes paralleles, a. & b. on conduit une autre ligne droite c. les Angles de vis à vis ſont égaux l'un à l'autre. FIGUR. 2.

DEMONSTRATION.

Que de ces deux Sections d. ſoient decrits deux Cercles, e f g. en feront un demy-cercle; Or comme chaque Cercle eſt partagé en 360. degrés & que le demy-cercle e f g. contient 180. degrés; c f. & e g. eſtans de lignes droites, qui s' entrecoupent au centre du Cercle, & ainſi ſont égales les parties d c. d e. d f. & d g. l'une à l'autre, il s' enſuit que les parties du Cercle e f. c g. qui ſont vis à vis l' une l' autre, de méme que les parties c e. & c f. ſont égales les unes aux autres.

2. *PROPOSITION.*

De chaque Triangle les trois angles ſont enſemble 180. degrés.

DEMONSTRATION.

Soit le Triangle a b c. la baſe en eſt a c. tirez luy une parallele d. e. & decrivez du point b. le demy-cercle d f g e. Or come ſelon la Propoſition precédente l' angle g b e. eſt égal à l'angle c. & l'angle f b d. égal à l'angle prés d a. & le troiſiemé angle f b g. egal au complement f g. du demy-cercle d f g e. il eſt demontré que tous les trois angles du Triangle a b c. pris enſemble, ſont égaux au demy-cercle d f g e. & contiennent 180. degrés. FIGUR. 3.

3*me* *PROPOSITION.*

Quand en un Triangle deux angles pris enſemble ſont égaux au troiſiéme, ce troiſiéme angle eſt de 90. degrés ou un angle rectangle. FIGUR. 4.

Beweiß.

Es sey abermahl die Linie d e. der basi a c. parallel gezogen / und aus b. der halbe Circul d f g e. gezegen / da nun der Bogen d g. dem Bogen e g. gleich ist / so stehet die Linie c b. auff der Linie d e. perpendicular, und ist der Winckel d b f. dem Winckel bey a. gleich / der Winckel f b g. beschliesset das Complement f g. von den quadranten d g. der Winckel e b g. welcher so groß als die beyden Winckel d b f. f b g. ist dem Winckel bey c. gleich / und also erwiesen / daß die beiden Winckel a. und b. dem dritten bey c. gleich seyn.

4. Eigenschafft.

FIGUR. 5. Wann an einem Triangulo ein Winckel grösser ist als 90. grad. so sind die andern zwey zusammen kleiner als 90. grad.

Beweiß.

Weil d f. und e g. kleiner ist als f g., also ist f g. grösser als 90. grad. Dargegen d f. und e g. kleiner als 90. grad, da nun die Winckel d b f. und e b g den beiden Winckeln bey a. und c. gleich seyn / also sind letztgedachte Winckel a. und c. kleiner / und der Winckel bey b. grösser als 90. grad, wird genennet ein Stumpff-wincklichter Triangul, hat aber ein Triangulus einen sehr spitzigen Winckel / so nennt man ihn einen spitz-wincklichten Triangul, und gründet sich die Benennung aller Triangulorum auff die Winckel: Dann hält ein Winckel 90. grad, so heist man ihn einen rechten Winckel; ist er grösser als 90. grad, so heisset er stumpff; ist er kleiner als 90. grad, so heisset er spitzig: Sind an einem Triangulo zwey Winckel einander gleich / so heisset er gleichschencklicht / sind alle drey Winckel einander gleich / so ist es ein gleichseitiger Triangul, sind aber alle drey Winckel einander ungleich / so ist es ein ungleich-seitiger Triangul.

5. Eigenschafft.

FIGUR. 6. Wann an einem Triangulo zwey Winckel einander gleich seyn / so seynd an demselben auch zwey Seiten einander gleich.

Beweiß.

Weil die Linie d e. der basi parallel und der Bogen d f. dem Bogen e g. gleich ist / so folget / daß auch die Linien a b. und b c. einander gleich seyn müssen.

6. Eigenschafft.

FIGUR. 3. Wann an einem Triangulo alle 3. Winckel ungleich seyn / so seyn an demselben auch die Seiten ungleich.

Beweiß.

Weil d e. und a c. einander parallel und die Bogen d f. f g. g e. einander ungleich seyn / so sind auch die Seiten a b. b c. und a c. einander ungleich.

7. Eigenschafft.

Wann in einem Triangulo alle 3. Winckel einander gleich seyn / so sind auch an demselben die Seiten einander gleich.

Beweiß.

FIGUR. 7. Weil die Bogen d f. f g. g e. einander gleich seyn / so ist ein solcher Bogen der Sechste Theil eines Circuli, da nun in einem Sechseck der Radius b d. oder b e. der Polygon oder Seite gleich ist / so seyn vermöge der parallelen a c. und d e. auch die Seiten des Trianguli a b c. einander gleich.

DEMONSTRATION.

Soit encore la ligne d e. parallele à la baſe a c. & que de b on tire le demy-cercle d f g e maintenant comme l' arc d g eſt égal à l'arc e g la ligne c b ſe trouve perpendiculaire ſur la ligne d e & l'angle d b f eſt égal à l' angle prés d' a l'angle f b g, comprend le complement f g, du Quarré d g. l' angle e b g qui eſt auſſi grand que les deux angles d b f f. b g eſt égal à l' angle auprés de c & ainſi on a demontré que les deux angles a & b, ſont egaux au troiſiéme auprés de c.

4. *PROPRIETé.*

Quand en un Triangle un angle eſt plus grand de 90. degrés, les deux autres pris enſemble ſont plus petits de 90. degr. FIGUR. 5.

DEMONSTRATION.

Puisque d f & e g, eſt plus petit qu' f g., f g en eſt plus grand de 90. degrés. Au contraire d f & e g ſont plus petits de 90. degr. mais comme les angles d b f & e b g, ſont égaux aux deux angles prés d' a & c. ces angle cy-dits a & c, ſont plus petits & l'angle prés de b plus grand de 90. degrés. On l' appelle un Ambligone ou Triangle obtusangle; mais ſi un Triangle a un angle aigu, on l'appelle oxigone ou Triangle acutangle, & les noms de tous les triangles ſe fondent ſur la difference des angles; car ſi un angles contient 90. degrés, on le nomme un rectangle; s' il eſt plus grand de 90. degr. on l' appelle obtusangle; s' il eſt plus petit de 90. degr. on l'appelle aigu. Si deux angles d'un triangle ſont égaux l'un à l'autre, il eſt appellé Iſoſcele, ſi tous les trois angles ſont égaux, c'eſt un Triangle equiangle; mais ſi les trois angles ſont inégaux, il eſt nommé ſcaléne, c'eſt à dire un Triangle à coſtés inégaux.

5. *PROPOSITION.*

Si en un Triangle deux angles ſont égaux l' un à l'autre, il y aura auſſi deux coſtes égaux l'un à l' autre.

DEMONSTRATION.

Puisque la ligne d e eſt parallele à la baſe & l'arc d f eſt égal à l'arc e g, il s'en ſuit, qu' auſſi les lignes a b & b c ſont égales les unes aux autres. FIGUR. 6.

6. *PROPOSITION.*

Quand à un Triangle tous les trois angles ſont inegaux, les coſtés en ſont inegaux de méme. FIGUR. 3.

DEMONSTRATION.

Puisque d e & a c ſont paralleles, & les arcs d f. f g. & g e. ſont inegaux l'un à l'autre, de méme les coſter a b. b c. & a c. ſont inegaux.

7me *PROPRIETé.*

Quand tous les trois angles d' un Triangle ſont égaux l'un à l'autre, auſſi les coſtes en ſont égaux l' un à l' autre.

DEMONST.

Puisque les arcs d f. f g. g c. ſont égaux l' un à l'autre, un tel arc eſt la ſixieme partie d'un Cercle, & comme à un hexagone le Rayon b d. ou b e. eſt égal au Poligone, ſemblablement à cauſe de la parallele a c. & d e. les coſtés du Triangle a b c, ſont égaux entr' eux, FIGUR. 7.

8. Eigenschafft.

Wann in zweyen Triangulis die Winckel einander ähnlich seyn / das ist/ einerley proportion haben / so stehen an denselben auch die Seiten in einerley proportion.

Beweiß.

FIGUR. 8. Es sey der eine Triangul a b c. der andere d b e. so sind vermöge/daß d e. mit a c. parallel ist/die Winckel b a c. und b d e. einander gleich/wie auch die Winckel b c a. und b e d. da nun beide Trianguli den Winckel bey b. gemein haben / so folget/ daß wie sich verhält die Seite a b. des Trianguli a b c. zu der Seite b c. also verhält sich auch die Seite d b. des Trianguli d b e. zu b e. ingleichen wie sich verhält a b. zu a c. so verhält sich d b. zu d e.. Item wie a c. zu b c. so d e. zu b e.

9. Eigenschafft.

Wenn in zweyen Triangulis zwey Winckel und eine Seite/ oder zwey Seiten und ein Winckel einander gleich sind/so seynd auch die übrigen Theile einander gleich.

Beweiß.

FIGUR. 9. Weil der Winckel a. dem Winckel d. und der Winckel b. dem Winckel e. gleich ist / und diese beide Trianguli a b c., d e f. einerley Bases a b. und d e. haben / so folget/ daß auch die Winckel bey c. und f. einander gleich seyn/und von ihren Basibus gleich weit abstehen müssen/ woraus dann abzunehmen/ daß auch die Seiten b c. und e f. item a c. und d f. einander gleich seyn.

FIGUR. 10. Ferner sind die Seiten g h. und k l, i h. und m l. ingleichen die Winckel bey h. und l. einander gleich / also decket der Triangulus g h i. den Triangulum k l m. in allen puncten, dahero seynd auch die Seiten g i. und k m. einander gleich / und folgends die Winckel bey i. und m. g. und k. welches zu erweisen war.

Zweyter Lehr-satz.

Wenn in einem Rectangulo a b c d. die Diagonal-Linie b c. gezogen wird / so theilet selbe Linie das rectangulum in zwey ähnliche und am Inhalt gleich haltende Triangulos.

Beweiß.

FIGUR. 11. Weil b d. der Basil a c. parallel ist / so seyn die Winckel a c b. und d b c. item der Winckel a b c. und d c b., wie auch die Winckel bey a. und d. ingleichen die Höhen a b. und c d. einander gleich. Derowegen müssen nach der 9. Eigenschafft auch die zwey Trianguli a b c. b c d. einander so wohl am Inhalt / als auch an Linien und Winckeln gleich seyn.

10. Eigenschafft.

In allen Triangulis ist der Quadrat-Inhalt dem Inhalt eines Rectanguli gleich / welches gemacht wird aus der halben Basi des Trianguli und dessen Höhe / oder halben Höhe und der gantzen Basis.

Beweiß.

Es seyn in der vorhergehenden eilfften figur der Triangul a b c. dessen Basis a c. Höhe a b. welche / da sie in e. in zwey gleiche Theile getheilet/und daraus die Linie e f. mit a c. parallel gezogen ist / so theilet diese Linea das Re-

8. *PROPOSITION.*

Quand à 2. Triangles les angles ſont ſemblables l'un à l'autre, c'eſt à dire, s'ils ont la méme proportion, auſſi les coſtés s'en trouvent en une méme proportion.

DEMONSTR.

Qu'il y ait un Triangle a b c. & un autre d b e. puisque donc d e eſt parallele à a c, les angles b a c. & b d e. ſont égaux l'un à l'autre de méme que les angles b c a. & b e d. & puisque ces deux triangles ont l'angle prés de b. commun entr'eux, il ſenſuit, que comme le côte a b. du Triangle a b c ſe rapporte au côte b c, le coſté d b. du Triangle d b c ſe rapporte à celuy de b e. puis, comme il en eſt d'a b vers a c. il en eſt de méme de d b. vers d e. & come a c vers b c. ainſi d e. vers b e. FIGUR. 8

9. *PROP.*

Quand en deux Triangles deux angles & un côté, ou deux côtes & un angle ſont égaux l'un à l'autre, ces deux triangles ſont égaux en toutes choſes.

DEMONSTR.

Parce que l'angle a eſt égal à celuy de d. & l'angle b. à celuy d e, & que les deux Triangles a b c, d e f. ont les mêmes baſes, a b. & d e., il s'en ſuit, que les angles prés de c. & f. ſont égaux l'un à l'autre & qu'ils ayent la même diſtance de leurs baſes; dont il eſt à voir que les coſtés b c. & e f., ainſi qu' a c. & d f. ſont égaux entr'eux. Puis, les côtés g h. & k l., i h. & m l. de même que les angles prés d' h. & l. ſont égaux les uns aux autres, c'eſt pourquoy le Triangle g h i, couvre celuy de k l m en tous les points, & ainſi les côtés g i. & k m ſont égaux l'un à l'autre & par conſequent auſſi les angles prés d'i & m g & k, ce qui eſtoit à demonſtrer. FIGUR. 9. FIG. 10.

2*me* *ENSEIGNEMENT.*

Quand à un Rectangle a b c d. on tire la ligne diagonale, elle diviſe ce rectangle en deux triangles ſemblables & égaux.

DENONSTRATION.

Dautant que b d eſt parallele à la baſe a c. tout de méme les angles a b c. & d b c. l' angle a b c, & d c b, come auſſi les angles prés d' a. & d. & les hauteurs a b. & c d. ſont égales les unes aux autres, ce qui fait que, ſelon la 9*me*. Proprieté, les deux Triangles a b c. b c d ſont égaux l' un à l' autre tant au contenu, qu' aux lignes & angles.

10*me* *PROPR.*

Dans tous les Triangles le contenu ſuperficiel eſt égal au contenu d'un Rectangle, qui ſe fait de la demy-baſe du Triangle & de ſa hauteur, ou de la demy-hauteur & de la baſe entiere.

DEMONSTR.

A la figure precédente, 11*me*. il y a le Triangle a b c. la baſe a c. la hauteur a b, laquelle en e eſtant diviſée également en deux, & de là tirée la ligne e f en parallele à celle d' a c, cette ligne cy diviſe le

 Rectan-

Rectangulum a b c d. in zwey gleiche Theile / dessen ein Theil gleich ist dem Inhalt des Trianguli a b c. oder es sey die Basis a c. in h in zwey gleiche Theile getheilet und die Linea h g. mit einer Seite a b. oder c d. parallel gezogen/so theilet diese linea das rectangulum wiederum in zwey gleiche Theile/also daß a b g h. oder g h c d. gleich ist dem Triangulo a b c. da nun der Quadrat-Inhalt eines rectanguli heraus komt / wenn man die Länge und die Höhe miteinander multiplicirt/so folget/daß wann man den Quadrat-Inhalt eines Trianguli haben wil/man nur die Basin mit der halben Höhe/oder die Höhe mit der halben Basi, oder auch beyde miteinander multipliciren und das Letzte halbiren dörffe / so ist dem Verlangen ein Genügen geschehen.

II. Eigenschafft.

Alle Trianguli, so zwischen zweyen paralell Linien stehen und einerley Basin haben / seynd einander am Inhalt gleich.

Beweiß.

FIGUR. 12. Es seyn die Parallel Linien a b. c f. der eine Triangulus a b c. der ander a d c. der dritte a e c. welche alle drey die Linie a c. zur basin haben/ da nun die Höhe a b. des Trianguli a b c. der Höhe d g. des Trianguli a d c. und auch der Höhe e h. des Trianguli a e c. gleich ist / müssen die drey Trianguli, weil sie einerley basin und Höhe haben / gleiches Innhalts seyn.

12. Eigenschafft.

Alle Trianguli, so zwischen zweyen Parallel-Linien stehen / verhalten sich am Innhalt wie ihre bases.

Beweiß.

FIGUR. 13. Es seynd die drey rectangula a b e g. g e f h. h f d c., welche alle von einerley Höhe seyn / diese verhalten sich am Innhalt / wie ihre bases, nemlich / wie sich verhält die Linie a g. zu g h. so verhält sich der Quadrat-Innhalt des rectanguli a b e g. zu dem Quadrat-Innhalt des rectanguli e g h f. also auch / wie sich verhält die Linie g h. zu h c. so verhält sich der quadrat-Innhalt e g h f. zu dem Quadrat-Innhalt f h c d., da nun die Trianguli die Eigenschafften mit den rectangulis gemein haben / so ist dem Beweiß/ ein Genügen geschehen; Haben sie aber einerley bases, so verhalten sie sich/ wie ihre Höhen. Hieraus folget / daß wenn man einen Triangul in begehrte Theile / sie seyn gleich oder ungleich / theilen soll / man nur die basin in die begehrte proportion theilen / und auff die puncta aus dem gegenüberstehenden Winckel Linien ziehen darff / so sind diese die Scheide-Linien.

13. Eigenschafft.

FIGUR. 14 In einem recht-winckelichten Triangulo a b c. ist das Quadrat der grösten Seite a c. so groß / als die quadrata der Seiten a b. und b c. zusammen.

Beweiß.

Es sey das quadrat der grösten Seiten a f. das andere d b. das dritte b e., fället aus dem rechten Winckel bey b. die Perpendicular-Linie b g. diese theilet das quadrat a f. in zwey rectangula c g. und g a. welche die proportion der quadrata d b. und b e. haben / und ist daher das rectangulum c g. dem quadrat b e. und das rectangulum a g. dem quadrat d b. am

Inn-

Rectangle a b c d. en deux parties égales, dont l'une de ces parties est égale au contenu du Triangle. a b c, oubien que la Base a c. Soit partagée en h. en-deux parties égales, ét que la ligne. h g. Soit tirée parallelement avec un côté a b, ou. c d, cette ligne partage encore le Rectangle en deux parties égales, & fait que. a b g h, ou. g h c d. soit égal au Triangle, a b c, or comme il en provient le quarré contenu d'un Rectangle, si l'on multiplie en semble la longueur, & la hauteur, il s'ensuit, que quand on veut avoir le quarré contenu d'un Triangle, on n'a qu'á multiplier la Base par la demie hauteur, ou la hauteur, par le demie Base, ou bien toutes les deux ensemble, & en partager le dernier en deux, alors on aura ce qu'on desire.

11. *PROP.*

Tous les Triangles qui se trouvent entre deux lignes paralleles, & qui ont la même Base, sont égaux en contenu.

DEMONSTRATIONS

Que les lignes Paralleles a c. b f sojent un Triangle a b c l'autre. a d c. le troisiême. a e c, lesquel ont tous les trois la ligne. a c. pour Base, or comme la hauteur a b du Triangle. a b c. la hauteur d g du Triangle. a d c. comme aussi la hauteur. e h. du Triangle. a e c. sont égales, il faut que ces trois Triangles ajent le même contenu, puis qu'ils ont, une même Base, & hauteur. FIGUR. 12.

12. PROP.

Tous les Triangles, qui sont entre deux lignes paralleles, se raportent en contenu, comme leurs Bases.

DEMONSTRATION

Que les trois Rectangles sojent. a b e g. g e f h. h f d c. lesquels sont d'une même hauteur, leurs contenu est comme leurs Bases, savoir, comme la ligne. a g. està. g h. le quarré du contenu du Rectangle. a b e g. est, au quarre du contenu du Rectangle. e g h f, (demême, comme la ligne. g h. est â. h c, ainsi le quarré du contenu. e g h f. est, au quarre du contenu f h c d. de sorte que les Triangles ont les Prop: communes avec que les Rectangles, ainsi la demonstration est satis faite, mais ont-ils une même Base, ils se raportent a, leurs hauteurs, d'ou il sensuit que s'il faut diviser un Triangle, en des parties desirées, qui sojent égales ou non, on n'a qu'à diviser la Base, de la proportion qu'on desire, & tirer des lignes du point de l'Angle visà vis, pour lors celles la seront les lignes de separation. FIGUR. 13.

13. PROP:

Dans un Triangle Rectangle a b c, le quarré du plus grand côte a c, est si grand que les quarrés des côtez a b & b c. ensemble. FIGUR. 14

1. DEMONSTRATION.

Que le quarré du plus grand côté soit. a f, l'autre. d b. le troisiéme. b e, qui tombe de l'Angle droite proche. b la ligne perpendiculárie. b g. elle partage le quarré. a f en deux Rectangles. c g. &. g a. qui ont la même proportion des quarrés. d b. &. b e. & delavient que le Rectangle c g. du quarré. b e. & le Rectangle. a g. du quarré d b. sont'egaux

Inhalt gleich / daß dieſem alſo ſey / ſo betrachte man die Triangulos e a c. und b c f. welche einander an Linien und Winckeln gleich ſeyn / und ſtehet der Triangul e c a. zwiſchen den Parallel-Linien a k. und c e. derowegen iſt er die Helffte des quadrats b e. der Triangul f c b. ſtehet zwiſchen den parallel-Linien f c. und b g. derowegen iſt er die Helffte des Innhalts von dem rectangulo c g. da dann / wie ſchon geſagt / dieſer Triangul f c b. dem Triangulo a c e. gleich iſt / und jeder ſo wohl von dem rectangulo c g. als auch vom quadrat b e. die Helffte einnimmet / alſo nehmen beide trianguli das quadrat b e ganz ein / iſt alſo das rectangulum c g. dem quadrat b e. am Innhalt gleich / eben alſo verhält es ſich mit dem quadrat d b. und rectangulo a g., dann der Triangul d a c. iſt der Hälffte des quadrats d b. und der triangul a h b., welcher dieſen in allen ähnlich / iſt der Hälffte des rectanguli a g. gleich / und dahero erweiſen / was begehret worden.

Zweyte DEMONSTRATIO

FIGUR. 15.

Augenſcheinlicher aber iſts / wenn man auf die gröſte Seite a b. das quadrat a b e d., und auff die Seiten a c. und b c die quadrate a c b g. und c b f e. aufrichtet / ſo findet man / das der triangul a g b. dem triangulo a c d. in allen gleich iſt / ingleichen der triangul b f e. dem Triangulo e c d, und alſo keines weitern Beweiſes bedarff / daß das quadrat a b d e. den beiden quadraten a g b c. und c b f e. gleich iſt.

14. Eigenſchafft.

In einem gleichſeitigen Triangulo verhält ſich das quadrat einer Seite zu dem quadrat der perpendicular linie wie 4. zu 3.

Beweiß.

FIGUR. 16.

Beſchreibet aus dem centro e. um den gleichſeitigen triangulum den circul a b c., traget den Radium e c, in f, verlängert die perpendicular linie b d. in f., ſo iſt d f. gleich $\frac{1}{2}$ f c., ſetzet das quadrat f c. ſey gleich 1., ſo iſt das quadrat d f. gleich $\frac{1}{4}$ / ziehet dieſes von dem Quadrat f c. ab / ſo bleibet / vermöge der vorhergehenden Eigenſchafft $\frac{3}{4}$ für das quadrat d c. nun iſt b e. gleich e c und alſo b d. $1\frac{1}{2}$ / deſſen quadrat iſt $\frac{9}{4}$ / zu dieſen quadrat addiret das quadrat d c. gleich $\frac{3}{4}$. / komt $\frac{12}{4}$, dieſes iſt das quadrat der Seite b c., welches / wenn es verglichen wird mit dem quadrat der perpendicular linie b d. gleich $\frac{9}{4}$ / ſo komt für dieſes 3 / für jenes aber 4. welches zu erweiſen war.

Anmerckung.

Ich werde in fortgang die Demonſtrationes vor dieſes mahl / wo es nicht beſondere Umſtände erfordern / weglaſſen / weiln ſolche nicht alleine alzuvielen Raum weg nehmen / ſondern auch / wer die vorhergehenden 14. Eigenſchafften mit ihren Demonſtrationibus wohl begriffen / wird die in den künfftigen Eigenſchafften / ihm vorkommende dubia leichte aus dem Wege räumen können.

15. Eigenſchafft.

FIGUR. 17.

In allen Triangulis, da die perpendicular linie b d. innerhalb der baſis a c fället / iſt das quadrat der Seite b c. ſo groß als das quadrat der Seite a b. ſambt zweyen rectangulis aus a c. in d c. weniger dem quadrat a c.

In

en contenu, ſi cela eſt ainſi, on n'a qu'à conſiderer les Triangles e a c. & b c f. lesquels ſont égaux en lignes, & Angles, dont le Triangle. e c a ſe trouve entres le lignes paralleles. a k & c e, c'eſt pourquoi il eſt la moitié du Quarre b e, le Triangle f c b. eſt entre les lignes paralleles f c & b g. c'eſt pourquoi il eſt la moitié du contenu du Rectangle c g. comme on à deja dit, ce Triangle f c b, eſt égal au Triangle. a c e. & chacun occupe la moitié, tant du Rectangle c g, que du Quarré. b e. ainſi ces deux Triangles occupent tout le Quarré, & le Rectangle c g. eſt égal au contenu du Quarré b e., il ſe raporte de même avec le Quarré. d b. & le Rectangle a g, car le Triangle d a c eſt la moitié du Quarré d b., & le Triangle. a h b, qui eſt en tout ſemblable à celui-cy, eſt égal à la moitié du Rectangle. a g, & ainſi eſt dêmontré ce qu' on deſire.

2me DEMONSTRATION.

Mais cela eſt encore plus evident, lors qu'on dreſſe ſur le plus grand côté. a b. le Quarré a b e d. & ſur les côtez. a c & b c. les quarrés a c b g &. c b f e, on trouve que le Triangle. a g b eſt en tout égal, au Triangle. a c d. de même le Triangle b f e. au Triangle. e c d. & ainſi on n'a pas beſoin d'autres demonſtration, que le quarré. a b d e. eſt égal aux deux Quarrés a g b c, & c b f e. FIGUR. 15.

14. *PROP.*

Dans un Triangle Equilateral, le Quarré d'un côté, eſt au Quarré de la perpendiculaire, comme 4 à 3.

DEMONSTRATION.

Décrivez du centre e. le cercle. a b c. au tour du Triangle équilateral, transportez le demi-diametre. e c. en f, alongez la ligne perpendiculaire. b d. en. f, d f. ſera dabord $\frac{1}{2}$ f c, poſés le quarré f c. il ſera. 1. ainſi le quarré. d f, eſt juſtement $\frac{1}{4}$, rabatez cela du quarré. f c. il reſte ſelon la prop. precedente $\frac{3}{4}$ pour le quarré. d c, puis. b e. eſt égal à. e c. & ainſi. b d. $1\frac{1}{2}$, ſon quarré eſt $\frac{9}{4}$, à ce quarré additionez le quarré d c. qui fait $\frac{3}{4}$, le produit ſera $\frac{12}{4}$, celui, cy eſt le quarré du côté. b c. lequel étant comparé avec le quarré de la ligne perpendiculaire. b d. fait $\frac{9}{4}$, pour celle cy revient 3., mais pour l'autre 4., ce qui etoit à demonſtrer. FIGUR. 16.

REMARQUE.

J'omettray dans la ſuite des Demonſtrations celles la, ſi ce n'eſt que les circonſtances particulieres les requierrent, parce que n'on ſeulement elles occupent trop de place, mais auſſi, parce que ceux qui comprendront bien la *14me* prop:, pourront reſoudre facilement les difficultez, que peut etre ils trouveront aux prop: ſuivantes

15. PROP.

Dans chaque Triangle, que la ligne perpendiculaire. b d. tombe, en dedans de la Baſe a c. le quarré du côté b c, eſt auſſi grand que le quarré du côté. a b, avec deux Rectangles de. a c en d c. moins le quarré a c. FIGUR. 17

Dans

16. Eigenschafft.

FIGUR. 17. In eben diesen Triangulo ist das quadrat der Seite a b. so groß als die beiden quadrate a c. und b c. zusammen/weniger zwey) rectanguli aus a c. in d c.

17. Eigenschafft.

Das quadrat a c. ist gleich dem quadrat a b./ samt zweyen rectangulis aus a c. in d c. weniger dem quadrat b c.

18. Eigenschafft.

Ferner sind die zwey rectanguli aus a c. in d c. gleich dem beiden quadraten a c. und b c. weniger dem quadrat a b.

19. Eigenschaft.

Wenn man also die zwey quadrata a c und b c addiret / und das quadrat a b subtrahiret, den Rest mit der zweyfachen Basis dividiret, so komt das Stücke d c nemlich der punct, wo die perpendicular linie b d die Basin zertheilet.

20. Eigenschafft.

FIGUR. 17 In jeden Triangulo, da die perpendicular linie innerhalb der Basi fället / verhält sich das quadrat der basis a c zu dem quadrirten Innhalt / wie sich 4. zu dem quadrat der perpendicular b d verhält / also kan man den Innhalt eines jeden Trianguli finden / dessen drey Seiten bekant seyn.

Zusatz.

Das quadrat der perpendicular b d wird gefunden / wenn man das quadrat d c von dem quadrat b c abziehet Ex. g es seye die Seite a b 10. Ruthen/b c 12/und a c 15 Ruthen/quadriret alle drey Seiten komt für a c 225/für b c 144. für a b 100, addire a c mit b c, komt 369. subtrahiret a b. 100. bleibt 269. dividiret solches mit 30, komt $\frac{269}{30}$ oder $8\frac{29}{30}$ für d c, dieses quadrate das ist mit sich selbst multipliciret: komt $\frac{72361}{900}$ oder $80\frac{361}{900}$ dieses von dem quadrat b c abgezogen bleibt $63\frac{539}{900}$ für das quadrat der perpendicular b d, nun sprecht/wie sich verhält 4. zu $63\frac{539}{900}$ so verhält sich 225 zum quadrirten Innhalt des Trianguli, komt nach geschehener operation $3577\frac{1575}{3600}$ hieraus Radicem quadratam extrahiret, komt für den Innhalt des trianguli $59\frac{81}{100}$ Ruthen.

21 Eigenschaft.

Wann man alle drey Seiten des Trianguli a b c addiret, die Summa halbiret / von dieser hälffte alle drey Seiten subtrahiret / die drey reste in einander multipliciret / das product mit der Hälffte der drey Seiten multipliciret / aus dem erfolgten Radicem quadratam extrahiret / so kombt der Innhalt des Trianguli.

Zusatz.

Es sey im vorigen Triagulo die Seite a b abermahl 10. b c 12. a c 15. Ruthen/diese addiret gibt 37; halbiret / gibt $18\frac{1}{2}$; hievon jede Seite subtrahiret/gibt $8\frac{1}{2}.6\frac{1}{2}.3\frac{1}{2}$ / diese ineinander multipliciret komt $193\frac{3}{8}$, dieses ferner mit 18 multipliciret gibt $3577\frac{7}{8}$ hieraus radicem quadratam extrahiret, komt $59\frac{81}{100}$ Ruthen für den Innhalt des Trianguli wie oben.

Wenn

16. *PROP.*

Dans ce même Triangle le quarré du côté. a b. eſt auſſi grand que les deux quarrés. a c. & b c. enſemble, moins deux Rectangles de a c en. d e.

17. *PROP.*

Le quarré, a c. eſt égal au quarré. a b. avec deux Rectangles, de.a c. en. d c. moins le quarré. b c,

18. *PROP.*

Encore les deux Rectangle de.a c. en d c. ſont égaux aux deux quarrés. a c. & b c. moins le quarré. a b.

19. *PROP.*

Lors qu'on additionne ainſi les deux quarrés. a c. & b c. & qu'on Soubſtrait le quarré. a b. en diviſant le reſte avec la double Baſe, il provient la partie. d c. Sçavoir, le point ou la ligne perpendiculaire. b d. ſepare la Baſe.

20. *PROP.*

Dans chaque Triangle ou la ligne perpendiculaire tombe en dedans de la Baſe, le quarré de la Baſe a c. eſt au contenu de la ſurface du Triangle, comme 4. eſt au quarré de la perpendiculaire. b d, ainſi l'on peut trouver le contenu de chaque Triangle des quels les trois côtez ſont connus. FIGUR. 17.

SUPPLEMENT.

L'on trouve le quarré de la perpendiculaire b d quand on rabat le quarré. d c. du quarré. b c, Par Exemple, que le côté. a b. aye 10. b c. 12. & a c. 15'. mettez en quarré les trois côtez, il revient pour a c. 225., pour. b c. 144. pour. a b. 100., additionez a c. & b c. il provient 369., ſoubſtrayez ab 100. reſte 269. diviſés les, avec 30, il revient $2\frac{69}{30}$ ou $12\frac{3}{10}$ pour. d c., ce quarré on dit, eſt Multiplié ſoy même: il revient $\frac{73361}{900}$ ou $80\frac{361}{900}$, rabattez celuy cy du quarré. b c. il reſte $63\frac{539}{900}$ le quarré de la perpendiculaire. b d., dites maintenant, comme 4. eſt à $63\frac{539}{100}$, ainſi eſt 225. du contenu au quarré du Triangle, & aprés en avoir fait l'operation il revient $3577\frac{575}{3000}$, de cecy rabattant la racine quarrée pour le contenu du Triangle, il revient $59\frac{81}{100}$.

21. *PROP.*

Quand on additionne les trois côtez du Triangle a b c. & que l'on partage la ſomme, & qu'on ſoubſtrait de cette moitie les trois côtez, & que l'on Multiplie les trois reſtes, un dans l'autre, Multipliant le produit avec la moitié des trois côtez, & le ſoubſtrajant de la ſuivante racine quarrée, il provient le contenu du Triangle.

SUPPLEMENT.

Que dans le Triangle precedent, le côté. a b. aye encore 10. verges. b c. 12'. a c. 15'. additionnez les enſemble font 37. partagez le, fait $18\frac{1}{2}$ Soubſtrajez d'icj chaque côté, fait $8\frac{1}{2}$ $6\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}$, Multipliés les l'un dans l'autre, il revient $193\frac{3}{16}$, Multipliés encore celuy cy avec $18\frac{1}{2}$ il donne $3577\frac{7}{16}$ extrayez en la racine quarrée, il provient $59\frac{81}{100}$ verges, pour le contenu du Triangle comme ſi deſſus.

Lors

22. Eigenschafft.

FIGUR. 18. Wenn an einem Triangulo a b c. die perpendicular linie b d ausser der Basi fält / so ist das quadrat der Seite b c. so groß / als das quadrat der Seite a b. mit dem quadrat a c und denen zweyen rectangulis aus a c. in a d.

23 Eigenschafft.

In eben diesen Triangulo ist das quadrat a b gleich dem quadrat b c. weniger dem quadrat a c. und den zweyen rectangulis aus a c. in a d.

24. Eigenschafft.

Ferner ist das quadrat a c. gleich dem quadrat b c. weniger dem quadrat a b, und den zweyen rectangulis aus a c in a d.

25 Eigenschaft.

Die zwey rectangula aus a c. in a d. seyn gleich dem quadrat b c. weniger den quadraten a b und a c.

26. Eigenschafft.

Wenn man von den quadrat b c. die beiden quadrate a b und a c. abziehet / und den Rest mit der zweyfachen Basi a c dividiret / so komt der Abstand d von a.

27. Eigenschafft.

FIGUR. 18. Der quadrirte Inhalt des Trianguli a b c. verhält sich zu dem quadrat der Basi a c. wie sich das quadrat der perpendicular b d. zu 4. verhält.

Zusatz.

Es sey die Basis a c 5. a b 10. b c 13. Ruthen / so ist der Abstand d von a $4\frac{2}{5}$ Ruthen diese quadrirt gibt $\frac{484}{25}$ von dem quadart a b. 100. abgezogen bleibet für das quadrat der perpendicular linie d b. $\frac{2016}{25}$ / nun sprecht 4. gibt $\frac{2016}{25}$ was gibt 25 / als das quadrat der Basi ? facit 504. hier aus Radicem quadratam extrahiret komt $22\frac{45}{100}$.

Anmerkung

Eben dieser Inhalt wird gefunden wenn man nach der 21 Eigenschafft operiret.

28. Eigenschafft.

FIGUR. 17 Wenn man mit der kleinesten Seite a b. aus dem Centro b den circul Bogen e f a beschreibet / so verhält sich der abgeschnittene Theil e c zu dem Theil f c wie a c die Basi zu den andern Seiten a b und b c.

Anmerkung.

Aus dieser Verhältnüß kan der punct d auf der Basi leichter als nach der 16 Eigenschafft gefunden werden / Z. E. ziehet a b. 10. von b c 12. ab bleibet 2. sprecht: a c, 15 gibt a b und b c 22. was gibt 2? facit $2\frac{4}{15}$ dieses von der Basi a c. 15. abgezogen / bleibet $12\frac{1}{15}$ dieses halbiret / gibt $6\frac{1}{30}$ so weit stehet der punct d von a, solchem nach ist d c $8\frac{29}{30}$ Ruthen wie bey dem Zusatz der 20. Eigenschafft / diesen Bruch in 100. Theilchen oder in einen Decimal Bruch zuverwandeln / geschichet also: dividiret 100. durch 30. komt $3\frac{1}{3}$ mit diesem multipliciret 29. komt $96\frac{1}{3}$ / ist so viel als 8 Ruthen 9 Schuh / $6\frac{1}{3}$ Zoll für

d c $\frac{3}{100}$

Wenn

22. PROP.

Lors qu' à un Triangle, a b c la ligne perpendiculaire b d. tombe hors de la Baſe, le quarré du côté. b c. eſt auſſi grand que lequarre du côté. a b, avec le quarré. a c. & des deux Rectangles de. a c en a d. FIGUR. 18

23. *PROP.*

Dans ce même Triangle le quarré. a b. eſt égal à celui de b c, moins que le quarré a c. & les deux Rectangles de a c en a d.

24. *PROP.*

Encore le quarré a c. eſt égal, au quarrè. b c, moins que le quarré. a b, & les deux Rectangles de, a c. en a d,

25. *PROP.*

Les deux Rectangles de. a c en. a d. ſont égales au quarré b c. moins que le quarré a b. & a c.

26. *PROP.*

Lors qu'on tire du quarré b c les quarrés. a b. & a c. & que l'on diviſe le reſte, avec la double Baſe. a c. il provient la diſtance d. de celle de. a.

27. *PROP.*

Le Contenu quarré du Triangle a b c. ſe raporte au quarré de la Baſe a c. comme le quarré de la perpendiculaire b d, à 4. FIGUR. 18.

SUPPLEMENT.

Que la Baſe. a c. aye 5 verges, a b. 10, b c 13, la diſtance de. d. jusques. a. $4\frac{2}{5}$ verges, ce quarré donne $\frac{484}{25}$, du quarré. a b. rabatez en 100, reſte pour le quarré de la ligne perpendiculaire d b $\frac{2016}{25}$ dites maintenant, 4. donnent $\frac{2016}{25}$ combien donne 25. qui eſt le quarré de la Baſe ? Somme 504 tirés en la Racine quarrée il provient $22\frac{15}{100}$.

REMARQUE.

Le même Contenu eſt trouvé, lors qu'on opere Selon la 21. Prop.

28. *PROP.*

Lors qu'avec le plus petit côté. a b. hors du Centre. b. l'on décrit un arc de cerele. e f a. la partié coupée. e c. eſt à la partie. f c. &. a c. comme les Baſes. a c. aux autres deux côtez. a b. & b c. FIGUR. 17.

REMARQUE.

De cette maniere le point, d. ſur la Baſe, peut ſe trouver plus facilement, que Selon la 19. Proprieté, par Exemple, ſoubſtrajez de, a b. 10, de b c 12, a b reſte 2, dites: a c. donne 15. a b. & b c 22. Combien donne 2. Somme $2\frac{14}{15}$ rabatez en 15. de la Baſe. a c, reſte $12\frac{1}{15}$ partagez les il donne $6\frac{1}{30}$, auſſi loing eſt le point. d. de. a. Suivant cela d c eſt $8\frac{29}{30}$ verges, comme dans le ſupplement de la 20. proprieté, pour reduire cette fraction Decimale l'on fait ainſi.: Diviſez 100. par 30 il vient $3\frac{1}{3}$ Multipliés avec cecy 29. il vient $96\frac{1}{3}$ c'eſt autant que 8. verges 9. pieds $6\frac{1}{3}$ pouces pour. d c.

29. Eigenschafft.

FIGUR. 18 Wenn man mit der Seite a b aus dem Punct b den Circul-Bogen e a f. beschreibet/so verhält sich das abgeschnittene e c, welches, ist die differenz der Seiten a b und b c, zu der Seite a c, wie c f zu den Seiten a b und b c.

Anmerckung

Aus dieser Verhältnüß kan der Punct d abermahls leichter als in der 26. Eigenschafft gefunden werden. E. g. die Differenz der Seiten a b und b c ist 3 Ruthen / sprecht : 5. geben 3 wes geben die beide Seiten a b und b c 23? facit $13\frac{4}{5}$ für f c, davon die Basis a c 5 abgezogen/bleibet $8\frac{4}{5}$ für f a dieses halbirt / gibt $4\frac{2}{5}$ oder 4. Ruthen und 4. Schuh für a d, wie bey dem Zusatz der 27. Eigenschafft.

30. Eigenschafft.

FIGUR. 19 Wenn ein Tirangulus a b c in einem circulo dergestalt gesetzet wird daß die beide Winckel oder Ecken a und c auf der peripherie, c aber ausserhalb des circuli zu stehen komt / so schneidet die peripheri, die zwey Seiten a b in d, b c in e dergestalt / daß das Rectangulum aus a b in d b dem rectangulo aus b c in b e gleich ist.

31 Eigenschafft.

In dieser Figur ist das quadrat d b gleich dem quadrat b e. samt dem rectangulo aus b e in e c weniger dem rectangulo aus a d in d b, imgleichen ist das quadrat b e gleich dem quadrat b d zu samt dem rectangulo aus a d in d b weniger dem rectangulo aus c e in e b.

32 Eigenschafft.

Ferner/wenn man zu dem quadrat d b das rectangulum aus a d in d b addiret, und das quadrat b e davon abziehet / den Rest mit b e qividiret / so komt die Linie e c; addiret man aber zu dem quadrat b e das rectangulum c e in b e, und ziehet von der Summa das quadrat d b ab/und dividiret den Rest durch d b, so komt die Linie a d-

33 Eigenschaft

FIGUR. 20. Wenn in einem Triangulo a b c der Basi parallel eine andere Linie d e gezogen wird / so zertheilet solche Linie die Seiten des Trianguli a b und b c in proportionirte Theile / denn nach dem Beweiß der 8 Eigenschafft verhält sich a d zu d b wie c e zu e b und sind dahero die rectanguli aus a d in b e, c e in b d einander gleich / aus diesem fundament werden folgende Lehrsätze hergeleitet.

Erster Lehr-Satz.

FIGUR. 21. Wenn man zu zwey gegebenen Linien 1. und 2. die dritte grössere in gleicher proportion finden will/ so machet man nach Belieben den Winckel b a c träget die Linie 1. aus a in d. und die Linie 2. aus a in e, imgleichen/ aus a in f, leget das Lineal an die puncta d und f, ziehet eine parallel-Linie aus e auff die Linie a c in g, so ist a g die begehrte dritte proportional-Linie. Solte man aber die dritte kleinere finden/ so traget die Linie 2. aus a in f, die Linie 1. aus a in h und in d, leget an die Puncta d und f, und

ziehet

29. *PROP.*

Quand avec le côté. a b. hors du point. b. l'on decrit l'arc du cercle. e a f. la coupeure. e c laquelle eſt la difference des côtez. a b. &. b c. au côté. a c. eſt, comme. c f. au côté. a b. &. b c. FIGUR. 18.

REMARQUE.

De cette Maniere le point. d. peut ſe trouver encore plus facillement que dans la. 26. Prop. par Exemple, la difference des côtez. a b. &. b c. eſt de trois verges, dites 5. donnent 3. combien donnent les deux côtez. a b. & b c. 23. Somme $13\frac{4}{5}$ pour. f c, Rabatez de la Baſe a c. 5. reſte $8\frac{1}{5}$ pour f a, partagez le, donne $4\frac{2}{5}$ ou 4. verges, 4. pieds pour. a d. comme au Supplement de la 27 Prop.

30. *PROP.*

Lors qu'un Triangle. a b c. eſt mis dans un cercle ; d'une maniere que les deux Angles, ou coins. a. &. c. Sojent ſur le peripherie, mais que. b. ſe trouve en dehors du cercle, la peripherie coupe les deux côtez. a b. en d, b c en. e. d'une maniere que le Rectangle de a d en. d b. Soit égal au Rectangle de b c en. b e. FIGUR. 19

31. *PROP.*

Dans cette Figure le quarré. d b. eſt égal au quarré. b e. avec Son Rectangle de. b e. en. e c. moins le Rectangle de a d en d b demême le quarré. b e. eſt égal au quarré. b d. avec le Rectangle de a d en. d b. moins le Rectangle de c e en e b.

32. *PROP.*

Davantage lors qu'on additionne au quarré d b. le Rectangle de. a d. en. d b. & que l'on rabat le quarré. b e. & que l'on diviſe le reſte avec. b e. il provient la ligne. e c, mais additionne t-on au quarré b e. le Rectangle c e. en. b e. &. que l'on rabat la ſomme du quarrè. d b. & diviſant le reſte par. d b. il provient la ligne. a d.

33. *PROP.*

Lors qu'a un Triangle a b c. on tire de la Baſe parallele une autre ligne. d e. cette ligne ſepare les côtez du Triangle a b. & b c. en partie proportionnées, car ſelon la demonſtration de la 8 Prop. a d eſt à. d b. comme. c e. à e b. & de la vient que les Rectangles de. a d. en. b e. c e. en b d. ſont egaux enſemble. De ce Fondement on tire les problêmes ſuivants. FIGUR. 20

PREMIER PROBLEME.

Lors qu'à deux lignes données 1. & 2. on veut trouver la troiſiême plus grande en égale proportion, on fait comme l'on veut l'Angle. b a c. transportez la ligne. 1. de a. en. d, & la ligne 2. de. a en e. demême de. a. en f, poſez la regle aux points. d. & f, tirés une ligne parallele de. e. Sur la ligne. a c. en. g. ainſi a g. eſt la troiſiême proportionnée ligne deſirée, Mais doit on trouver la troiſiême plus petite, transportez la ligne 2. de. a. en. f, la ligne 1. de. a. en h. & en. d, mettez aux points. d. & f. & tirés du point. FIGUR. 21

h. une

ziehet aus dem puncto h eine parallel-linie, auf die Linie a b. Solche fället in J, ist also a j, die begehrte dritte kleinere proportional-linie; denn es hält sich in der ersten operation die linie a d, zu a f wie a e, welche gleich a f zu der linie a g. in der andern verhält sich die linie a f zu a d wie a h, welche gleich a d zu der linie a i.

Andere Lehr-Satz.

FIGUR. 22 Will man aber zu drey gegebenen Linien die vierte grössere in gleicher proportion finden/ so machet abermahl einen beliebigen Winckel b a c träget die Linie 1. aus a in d, die Linie 2. aus a in e, die Linie 3. aus a in f, ziehet von den puncten d und e aus f eine parallel-linie in g, so ist a g die begehrte vierte grössere proportional-linie. Wolte man aber die vierdte kleinere proportional-linie suchen/ so ziehet aus d den puncten e und f eine parallel in h, so ist a h die vierte kleinere proportional-linie.

Der dritte Lehr-Satz.

FIGUR. 23 Zwischen zwey gegebenen Linien 1. und 3. die mittlere proportionirte Linie zu finden/ verfähret man also/ man setzet beide Linien an einander/ nemlich a b gleich der Linie 1. b c, der Linie 3., theilet a c in d in zwey gleiche Theile/ beschreibet aus diesem punct den halben circul a e c. richtet aus b eine perpendicular auff/ so ist b e die mittel proportionirte Linie zwischen 1. und 3.

Anmerckung.

Wie man aber auf gut Mathematisch zwischen zwey gegebenen Linien zwey mittlere proportionirte Linien finden soll/ zeiget der gelehrte Hoffrath Wolff in seiner Algebra pag. 228. fig. 59. ingleichen der Herr Professor Sturm und andere mehr/ weil aber das erste sich zu dieser Materia nicht schicket/ das andere aber mehr Mechanisch als Mathematisch ist/ habe ich sie beide weggelassen/ zumahlen wir solche in diesem Wercke nicht gebrauchen werden.

34 Eigenschafft.

FIGUR 24 Wenn von einem Triangulo der Basi parallel ein Stück nach begehrten Inhalt soll abgeschnitten werden/ so verhält sich die Basis zur zweyfachen perpendicular, wie sich der über-Rest des Trianguli zu dem quadrat der perpendicular verhält/ so von b gegen d. muß abgeschnitten werden.

1. Zusatz.

Es sey der Triangulus a b c, dessen Basis a c. 15 und perpendicular b d. 14 Ruthen und also der gantze Inhalt 105 quadrat Ruthen/ davon sollen der Basi parallel 60. quadrat Ruthen abgeschnitten werden/ so sprecht: die Basis 15., gibt die zweyfache perpendicular 28. was gibt 45., der über-Rest vom gantzen Inhalt des Trianguls? facit 84. hieraus radicem quadratam extrahiret/ komt 9. Ruthen 1. Schuh 6. Zoll oder 9° 1' 6'' für die perpendicular b e, durch diesen punct wird die Scheide-Linie f g mit a c parallele gezogen/ solche schneidet das begehrte Stück a f g c ab/ welches 60. quadrat Ruthen in sich hält. Wolte man aber etwas einer andern Seite parallel abschneiden/ so machet man sich die auff ihr fallende perpendicular Linie bekandt/ und procediret vorgeschriebener massen/ so wird dem Verlangen ein Genügen gethan.

h. une ligne parallele, ſur la ligne. a b. ladite tombe en i. ainſi a i eſt la troiſiême ligne proportionnée qu'on déſire. Car dans la premiere operation la ligne. a d. ſe raporte à. a f. comme a e qui eſt égale à a f. à la ligne. a g. dans l'autre la ligne. a f. eſt à. a d. comme. a h. qui eſt égal à. a d. à la ligne. a i.

PROBLEME SECOND.

Mais veut-on trouver aux trois lignes qu'on à donné une quatriême plus grande en proportion, faites encore une Angle. b a c. à vôtre volonté, transportez la ligne 1. de. a en d. la ligne. 2. de. a en e. la ligne. 3. de. a en f, tirés du point. d. &. e. hors de f une ligne parallele en. g., a g. ſera la grande proportionnée ligne deſirée. Mais veut on chercher la quatriême petite proportionnée ligne, tirés hors de d. le point. e &. f. une parallele en. h. a h. ſera la quatriême petite proportionnée ligne. FIGUR. 22

TROISIEME PROBLEME.

Pour trouver entre deux lignes qu'on vous donne 1 & 3. de ligne proportionnée du milieu, il faut proceder ainſi, on joint les deux lignes l'une à l'autre, Sçavoit. a b, égale à la ligne. 1. b c de la ligne 3. partagez, en deux parties égales. a c. en d, décrivez hors de ce point le demie cercle. a e c. dreſſez hors de b. une perpendiculaire, be e ſera ſa ligne proportionnée du milieu entre. 1. & 3. FIGUR. 23

REMARQUE.

Mais comme en bonne Mathematique l'on doit trouver, entre deux lignes qu'on donne, deux lignes proportionnées au milieu, le Sâvant Conſeiller Aulique Wolf le montre dans Son-Algebre pag. 228. fig. 59. demême Mr. le Profeſſeur Sturm & pluſieurs autres, mais comme le premier n'eſt par convenable au Sujet preſent, & l'autre etant plus Mecanique que Mathematique, je les ai laiſſés, d'autant que nous ne nous en ſerviront pas dans c'eſt ouvrage.

34. *PROP.*

Lorsque d'un Triangle de la Baſe parallele on veut couper une partie ſelon le contenu deſiré, la Baſe ſe raporte à la double perpendiculaire comme le ſurplus du Triangle au quarré de la perpendiculaire qui doi-étre coupée de. b. vers d. FIGUR. 24

1. SUPPLEMENT.

Qu'il y ait un Triangle. a b c. dont ſa Baſe. a c. eſt 15. & la perpendiculaire. b d. 14. verges, & ainſi l'entier contenu de 105 verges quarrées, il en doit etre coupé parallelement à la Baſe 60. verges quarrées. Dites la Baſe 15. donne à la double perpendiculaire 28. combien font 45. le reſte de tout le contenu du Triangle? Somme 84. en extrageant la racine quarrée vous aurez 9. verges, 1. pied, 6. pouces, ou 9° 1' 6'' pour la perpendiculaire b e. au travers de ce point l'on tire la ligne de ſeparation f g avec. a c. parallele, laquelle coupe la partie deſirée a f g c. qui contient en ſoy 60. verges quarré, mais veut-on couper quelque choſe parallelement d'un autre côté, il faut avoir connoiſſance de la ligne perpendiculaire qui tombe deſſus, & en procedant de la maniere precedente, on aura ce qu'on deſire.

2. SUP-

Zusatz.

Durch diese zwey operationes können alle Trianguli einer gegebenen Seite parallel in etliche gleiche oder ungleiche Theile getheilet werden.

35. Eigenschafft.

Wird aber begehret / daß man einen Triangul in etliche Theile ausgegebenen puncten theilen soll / so verfähret man also: Es seyn die puncta, woraus die Theilungs-Linien gehen sollen / wenn der Triangulus a b c in drey gleiche Theile soll getheilet werden / d und e auff der Basi a c, setzet den dritten Theil der gantzen Basis aus a in f, ziehet aus f den puncten b und d eine parallel in h, so gibt h d die Scheide Linie des dritten Theils des Trianguli, theilet ferner d c in g in zwey gleiche Theile / aus g ziehet mit h e die Parallel in j, so gibt j e die andere Scheide-Linie / und sind die 3. Theile a b d h, d h e i und e i c einander gleich / und den Begehren ein Genügen geschehen.

Zusatz.

Um diese Eigenschafft besser in übung zu bekommen / setzet: der Tri-
FIGUR.26 angul a b c soll aus den puncten d. e und f in vier gleiche Theile getheilet werden: so setzet den vierdten Theil der gantzen Linie a c aus a in g, aus diesem punct ziehet b d eine parallel in k, so giebt k d die erste Scheide-Linie; ferner setzet den dritten Theil der Linie d c aus d in h, aus diesem ziehet mit k e eine parallel in L. so ist L e die andere Scheide-Linie / endlich theilet e c in zwey gleiche Theile in i, ziehet aus i. eine parallel mit l f in m, so ist m f die dritte Scheide-Linie / also ist der gantze Triangulus a b c durch die Scheide Linien d k. e l. und f m in vier gleiche Theile getheilet / auch können solche Theile / nach einer gegebenen proportion aus gewissen puncten nach dieser operation abgeschnitten oder abgetheilet werden.

36. Eigenschafft.

In jedem Triangulo verhält sich die Summa der Basis a c und per-
FIGUR.27 pendicular Linie d b zur Basi a c, wie die perpendicular linie d b zur Seite des in solchen triangulo beschriebenen grösten quadrats g e f h.

Zusatz.

Es sey die Basis a c 22 Ruthen / die perpendicular b d 14° solche thun in Summa 36° sprich: 36° geben 22° was geben 14°? facit 8°5'5$\frac{5}{9}$ / so groß ist eine Seite des eingeschriebenen quadrats.

37. Eigenschafft.

In allen Triangulis verhält sich der Umbfang oder die Summa aller
FIGUR.28 dreyen Seiten zu dem Inhalt / wie sich 2 zu dem Radio des Circuli verhält / der in dem Triangulo kan beschrieben werden.

Zusatz.

Es sey der Triangulus a b c dessen Seiten a b 16°5', b c, 19°3' / a c 22°. und der Inhalt 154° ist; sprich: 57°8' als die Summa der drey Seiten / geben 154° den Inhalt / was giebet 2? facit 5°3' für den Radium d e.

Wenn

2. SUPPLEMENT.

Par ces Operations la tous les Triangles peuvent eſtre diviſés parallement à un côte donnéz es parties égales aux enegales.

35 *PROP.*

Mais ſi on veut diviſer un Triangle de quelques points donnes en ques parties égales, on agit de la maniere ſuivante ſoyent les points, d'ou les lignes de diviſion doivent etre menées (ſi le Triangle a b c doit eſtre diviſe en trois partics égales) d & e, ſur la baſe a c portes la troiſieme partie de toute la baſe d a en f, tirez d' f en h une ligne parallele aux poent b & d, h d ſera la ligne de Separation de la troiſieme partie du Triangle, puis diviſez d c en g en deux parties égales d c g. tirez avec h e. la parallele en i, i e ſera la deuxieme ligne de ſeparation, & les trois parties a b d h, d h e i, & e i c ſeron egales les unes aux autres & l'on a ce qu'on a deſire.

SUPPLEMENT.

Pour mieux mettre cela en pratique poſons, que le Triangle a b c doit étre diviſé des points d e & f en quatre parties égales; metter la quatrieme partie de toute la ligne a c d'a en g hors de ce point la vous menerer la long de b d une parallele en k, & k d ſera la premiere ligne de ſeparation. Puis, metter la troiſieme partie de la ligne de en l & hors de la tirant avec k e une parallele en l, vous aurez à l e la ſeconde ligne de ſeparation, finalement vous diviſerer e c en deux parties égales en i, & en tirant d i une parallele avec l f en m, m f vous donnera la troiſieme ligne de ſeparation, & ainſi tout le Triangle a b c eſt partage par les lignes de ſeparation d k, e l & F m en quatre parties égales; auſſi ces parties la par cette operation, ſelon que lque proportion donnée, certains points peuvenre tranchées ou ſeparées. FIGUR. 26

36. *PROP.*

A chaque Triangle la ſomme de la Baſe a c & de la perpendiculaire d b eſt à la baſe a c, comme la ligne perpendiculaire d b au côte du plus grand quarré g e f h decrit en ce Triangle. FIGUR. 27

ADDITION.

Soit la Baſe a c de 22. verges, la perpendiculaire b d de 14. verges, qui ſont en tout 36. dites: 36. ſont 22, combien ſont 14 ? ce ſont $8°5'5''\frac{5}{5}$ c'eſt la grandeur d'un côté du quarré dêcrit.

37 *PROP.*

Dans tous les Triangles le circuit ou la ſommê de tous les 3. cotes à meme raiſon au contenu, que 2. ont au Rayon du Cercle qui peut eſtre formé au Triangle même. FIGUR. 28

ADDITION.

Soit le Triangle a b c dont le coſté a b aye $1°65'$ b c $19°3'$, a c 22 & le Contenu $154°$ dites $57°8'$, la ſomme des trois coſtes, ſont 154 le Contenu; combien ſont 2? $f 5°3'$ pour le Ragone d e.

38. Eigenschafft.

Fig. 29. Wenn man zu dem quadrat d b das quadrat d e addiret, und das quadrat a e oder e c subtrahiret, den Rest mit der zweyfachen perpendicular d b dividiret, so kömt die Höhe e f oder d g. da nun solcher Gestalt das Stücke b g bekant wird / und f g gleich d e ist / also kan man nach der 13 Eigenschafft / die Linie f b welche gleich a f oder f c / fur den Radium des circuli finden / der den Triangul a b c einschliesset.

1 Zusatz.

Es sey die Seite a c 17° / b c 17, a b 19°5' / so ist d c / nach der 19 Eigenschafft 5°8' / d e 2°7' / das quadrat der perpendicular- linie d b ist 255°36' / darzu das quadrat d e gleich 7°29, addiret komt 262°65' hiervon das quadrat a e gleich 72°25' subtrahiret bleibt 190°40' / dieses mit der zweyfachen perpendicular-linie d b 3°19'4'' (welche beynahe 15°9'7'' ist) dividiret, komt 5°9'6 für d g oder e f, dieses von der gantzen perpendicular d b 15°6 7'' abgezogen bleibt 10°0'1'' für b g dessen quadrat ist 100 20'01'' / darzu das quadrat g f oder e d gleich 7°29' addiret, komt 107°49 01'' / hieraus Radicem quadratam extrahiret, komt 10°3'6'' für f b den Radium des circuli, welcher den triangulum a b c einschliesset.

2 Zusatz.

Das Centrum f wird gefunden / wenn man durch die Mitte b c und b perpendicularen fället / wo diese einander durchschneiden / als im f, da ist das Centrum des circuli, die Creutz Bogen so aus denen punctis a b und b c zu den perpendicularen h i und k l beschrieben worden / sind mit punctis angedeutet.

39. Eigenschafft.

Figur. 30 Wenn man aber bey denen jenigen Triangulis, wo das centrum f ausser denselben fället von dem quadrat a e die beiden quadrata d e und d b abziehet / und den Rest mit der zweyfachen perpendicular d b dividiret / so komt die Höhe e f, wann man solche zu b d addiret, komt b g, also kan man aus dieser und der Linie f g den Radium f b oder f c finden / wie oben.

40 Eigenschafft.

Fig. 31. Wenn man der Höhe eines Trianguli etwas abnehmen / und der Basi dagegen einen Zusatz thun will / daß der Inhalt euerley bleibet / so verhält sich d e, der Rest von der gantzen perpendicular d b zu a c wie b e der abgeschnittene Theil zu dem Zusatz c f.

Erste Zusatz.

Fig. 32. Traget die Linie d e auff die Linie a b aus a in d, und die Linie b d aus a in e / auch die Basis a c auf die Linie a c in f, ziehet aus e den puncten d f eine parallel in g, so ist f g das Stücke / so der Basi a c muß zu gesetzet werden.

Andere Zusatz.

Will man den Zusatz c f in Zahlen wissen / so sprecht: d e 10° gibt a c 14° was gibt b e 4°4' ? facit 6°1'6'' / für den Zusatz c f, und also ist der Triangulus a e f dem Triangulo a b c am Inhalt gleich.

Will

38. PROP.

Quand on additionne au quarré d b le Quarré d e & l'on ſouſtrait le Quarré a e ou e c, diviſant le Reſte avec la double perpendiculaire, il en provient la hauteur e f ou d g ainſi de cette manière la on en reconnoit la partie b g & f g eſt egal à d e, ains ſelon la 13*me* prop lon peut trouver la ligne f b qui eſt égale à a f & f c pour demi diametre du Cercle, qui renferme le Triangle a b. FIGUR. 29

1. SUPPLEMENT.

Que le Côté a c ſoit 17° b e. 17, a b. 19°5', ſelon la 19*e* prop: d c aura 5°8'. d e. 2°7' le Quarré de la ligne perpendiculaire. d b. eſt 255°36' ajoûtes à cela le quarré. d e. 7°29'. il fera 262°65', en Soubſtrajant de eccy le Quarré, a c. 72°25' reſte 190°40' diviſés cela avec la double ligne perpendiculaire, d b. 3°19'4". laquelle fait à peu prés 15°9'7". il revient pour. d g. ou e f 5°9'6" rabatez de tout le perpendiculaire d b 15°9'7". reſte pour. b g. 10°0'1. Son quarré eſt 100°20'01" ajoutez le Quarré. g f. ou e d 7°29', il provient 107°49 01' en Soubſtrajant la Racine quarrée on aura 10°3'6" pour f b commé le demi diametre du Cercle qui comprend le Triangle a b c.

2. SUPPLEM.

Le Centre f eſt trouvé lors que dans le milieu de. b c. & a b ſe rencontrent des perpendiculaires qui ſe coupent comme en. f. cela eſt le Centre du cercle des croiſades qui des points. a b. & b c. Sont deſcrits pour les perpendiculaires. h i. & k l. & marques par des points.

39. PROP.

Mais lorsqu' a ces Triangles ou le Centre f tombe en dehors on ſous trait les deux quarrés d e & d b du Quarré a c, & qu'on diviſe le reſte avec la double perpendiculaire, il en provient la hauteur e f. ſi on l'additionné avec b d il en provient b g. & ainſi on peut trouver de celle cy & de la ligne f g. de metre f b ou f c come cy deſſus. FIGUR. 30.

40 PROP.

Si ont veut ôter quelque choſe a la hauteur d' un Triangle & au contraire ajouter quelque choſe a la Baſe de ſorte que le contenu en demeure égal; d e, le reſte de toute la perpendiculaire d b, a méme raiſon à c qu'a b e la partie retranchée à cequ'ona ajouté à c f. FIGUR. 31.

1. SUPPLEMENT.

Portez la ligne d e à la ligne a b d'a en d, & la ligne b d hors en e, de meme que celle d'a c a la ligne a c en f, tires d'e le point d f parallele en g, f g ſera la partie qui doit eſtre adjoutée à la Baſe a c. FIGUR. 32.

2. SUPPL.

Si on veut ſçavoir l'ajoûtement. d f. par nombres, vous dirés ſi. d e 10. donne à a c. 14°, combieu donne. b e 4°4' ſomme 6°16' pour l' ajoûtement de. c f. & ainſi le Triangle à e f & egal au contenu du Triangle a b c.

41 Eigenschafft.

FIGUR. 33. Will man aber der Basis etwas abnehmen und der perpendicular einen Zusatz thun / und zwar so / daß der Inhalt einerley bleibet / so verhält sich a f der Rest der Basis zu der perpendicular b d wie c f, der abgeschiedene Theil / zu dem Zusatz b e.

Erste Zusatz.

Suchet dem nach zu a f, b d, und a c die vierte proportional-Linie, so ist solche die Höhe d e, und also der Triangulus a e f so groß als der Triangulus a b c.

Andere Zusatz.

Wolte man aber eine Probe hiervon sehen / so sey die perpendicular-Linie d b 12° / die Basis a c, 18° diese miteinander / nach der 10 Eigenschafft und dessen Beweiß / multiplicirt komt / 216° halbirt / ist 108° für den Inhalt des Trianguli a b c, das Stück f c, so abgeschnitten werden soll / gleich 4° / bleibt für a f 14° / nun sprecht: 14 geben 12° was geben 4°? facit $3\frac{3}{7}$° für den Zusatz b e, ist also die gefundene gantze perpendicular e d $15\frac{3}{7}$ / diese mit a f 14° / als die Basin zu dem Triangulo a e f, multipliciret, komt 108° / welches mit dem vorigen einerley ist.

42. Eigenschafft.

FIGUR. 34. Wenn an einem Triangulo a b c. der Linie a b parallel eine Section d e solcher Gestalt soll gethan werden / daß d e gleich b e sey / so verhält sich die Summa der Seiten a b und b c zu der Seite b c wie die Seite b c zu d c, wann dann aus d mit a b die parallel de gezogen wird / so ist solche gleich b e.

Erste Zusatz.

Suchet demnach zu der Summa der beiden Linien a c und b c (1) a c (2) b c (3) nach dem zweyten Lehrsatz / die vierte kleinere proportional Linie / so ist solche die begehrte d c.

Andere Zusatz.

Wolte man den punct d Arithmeticé finden / so sprecht / a b 12° b c 14° zusammen 26° / geben a c 16° / was gibt b c 14°? facit $8\frac{8}{13}$° / wollet ihr ferner die Linie d e in Zahlen wissen / so sprecht / a c 16° gibt a b 12 / was gibt d c $8\frac{8}{13}$? facit $6\frac{6}{13}$° / also ist b e auch $6\frac{6}{13}$ und e c $7\frac{7}{13}$°.

43. Eigenschafft.

FIGUR. 35. Wenn an einem Triangulo a b c die Basis a c in d verlängert wird / und man auff der Linie b c den punct f finden soll / daß wenn aus demselben mit der Basi a d eine parallel Linie gezogen wird biß sie die aus d mit a b parallel gezogene Linie in den punct g zerschneidet / diese Linie f g gleich sey der Linie b f; so verhält sich die Summa der beiden Linien a c und b c zu a c, wie die Linie b c weniger dem Stücke d c zu e c, wenn den dieser punct determiniret / und daraus mit a b parallel auff der Linie b c der punct f bemercket wird / so ist dem Verlangen ein Genügen geschehen.

Suchet

41. *PROPRIETè.*

Mais ſi l'on veut ôter quelque choſe à la Baſe , & en adjoûter à la perpendiculaire , en ſorte que le contenu demeure le méme, a f, le reſte de la Baſe, eſt à la perpendiculaire b d, comme c f, la partie ſeparée eſt à l'ajouté b e. FIGUR. 33.

1. ADDIT.

C'eſt pourquoi vous chercherés pour a f, b d, & a c, la quatrieme ligne proportionelle , qui ſera la hauteur de d e , & ainſi le Triangle a e f aura la méme grandeur qu' a le Triangle a b c.

2 ADDIT.

Et ſi on en veut voir la preuve, poſez, que la ligne perpendiculaire d b aye 12 , la Baſe a c 18°, multipliées enſemble , ſelon la 10 prop. & ſa demonſtration produiſent 216, cela partagé en deux fait 108 pour le Contenu du Triangle a b c, la partie f c 4° qui doit eſtre coupée, eſt pour a f 14°, dites maintennant: 14° font 12° qu' eſt ce que font 4° ? ſomme $3\frac{3^{\circ}}{7}$ pour l'ajôuté de b e, c' eſt pour quoi toute la ligne perpendiculaire trouvée fait $15\frac{3}{7}$, & multipliée par a f 14° (la baſe du Triangle a e f) elle fera 108 /cequi eſt la meſme choſe avec la precedente.

42 *PROP.*

Quand a un Triangle a b c, on veut faire le ſegment à d e parallele à la ligne a b , tellement que d e ſoit egal à b e , la ſomme des cotez a b & b c eſt au coté a c , comme le coté b c eſt a d c quand donc de avec a b eſt tirée la parallele d e , elle eſt egale a b e.

1. ADD.

C' eſt pour quoy vous chercherez pour la ſomme des deux lignes a b & b c, ou a c, (2) b c (3) ſelon le deuxieme Enſeigement, la ligne quatrieme proportionelle plus petite , & d c ſera celle qu'on a deſiré.

2. ADD.

Pour Trouver Arithmetiquement le point d, vous direz a b 12° b 214°, 26° enſemble, donnent à a c 16° qu' eſt ce que donne b c 14? fait $8\frac{8}{13}$ pour ſavoir la ligne d e en nombres, vous direz a c 16° donne à a b 12° qu' eſt ce que donne d c $8\frac{8}{13}$? ſomme $6\frac{6}{13}$ & ainſi b c fait tout de méme $6\frac{6^{\circ}}{13}$ & e c $7\frac{7^{\circ}}{13}$.

43. *PROP.*

Quand à un Triangle a b c la Baſe a c eſt prolongée en d & que l'on veut trouver ſur la ligne b c le point f, en ſorteque (ſi de Celuy là on tire à la Baſe a d une ligne paralléle, jusqu' à ce qu'elle coupe au point a la ligne, tirée de d paralléle à a b) cette ligne f g ſoit égale à celle de b f , la ſomme des deux lignes a c & b c, a même raiſon avec celle d' a c, que celle de la ligne b c (moins la partie d c) en a à e c, quand donc ce point là eſt determiné & que de là avec a b paralléle à la ligne b c , on marque le point f, on a ſatisfait à ſa curioſité.

Erster Zusatz.

Suchet derowegen zu der Summa der beiden Linien a c und b c; (1) FIGUR.35. a c, (2) und b c (3) weniger d c, die vierte kleinere proportional Linie, so giebt solche die Linie e c, ziehet aus e und d mit a b die parallel Linien e f und d g, so ist f g, gleich b f.

Anderer Zusatz.

Wollet ihr aber e c in Zahlen wissen / so sprecht / die Summa von a c 21° und b c 20° / gleich 41° giebt a c 21° was giebt 14° / als der Rest von b c 20° weniger c d 6°? facit $7\frac{7}{41}$° für e c, hier zu addirt c d, 6° komt $13\frac{7}{41}$° für b f oder f g.

Der vierte Lehr-satz.

TAB. 2. FIGUR.36. Wenn der Triangulus a b c bey a einen rechten Winckel hat / so ist a c oder d e der Radius des circuli a d g, oder sinus totus, a b tangens des Winckels a c b. b c secans, a e sinus versus, d f sinus complementi, d e aber der Sinus des Winckels a c b.

44 Eigenschafft.

FIGUR.37 Wenn demnach b c an dem Triangulo a b c sinus totus ist / so ist b e der Sinus des Winckels a c b, träget man diesen Radium b c auf die Linie a b; so fället er in d, wenn dann aus d auf a c eine perpendicular-Linie gefället wird / so ist solche d f, und zugleich der Sinus des Winckels b a c diese Sinus d f und b e verhalten sich gegen einander wie die ihnen entgegen gesätzte Seiten b c und a b.

Beweiß.

Weil a d gleich b c und der Sinus d f dem Sinui b e parallel ist / so verhält sich der Sinus des Winckels a c b zu der Seite a b / wie d f der Sinus des Winckels b a c zu a d, da nun / wie schon gemeldet / a d gleich b c ist / so ist erwiesen / daß sich die Sinus in einem Triangulo / er sey beschaffen wie er will / gegen einander verhalten / wie sich ihre gegen überstehende Seiten gegen einander verhalten.

45 Eigenschafft.

FIGUR.36 In einem rechtwinckelichten Triangulo e d c verhält sich die Seite d c zu der Seyte d e wie sich der Sinus totus zu dem Sinui des Winckels e c d verhält.

46. Eigenschafft.

In einem recht winckelichten Triangulo a b c verhält sich die Seite a c zu der Seyte a b, wie der sinus totus zu dem tangenti des Winckels a c b

47. Eigenschafft.

In einem jeden Triangulo verhält sich die Summa zweyer Seiten zu ihrer differenz wie sich Tangens der halben Summa der ihnen gegen über stehenden zweyen Winckeln zu dem Tangente der Hälffte ihrer Differenz verhält.

Beweiß.

FIGUR.38. Verlängert die basin a c in d, so / daß a d gleich a b, traget a b, ferner aus a in e, so ist d c die Summa der zweyen Seiten a b und a c, e c aber deren

1. SUPPLEMENT.

Cherchez donc pour la ſomme de deux lignes a c & b c (1) a c (2) b c moins d c, la ligne quatriéme proportionelle plus petite, elle vous donnera la ligne e c, tires hors e & d avec a b les lignes paralleles e f & d g ſera égal f g à b f.

2. SUPPLEM.

Mais pour ſavoir e c en nombres, ditez: la ſomme d' a c 21₀ & b c 20₀, juſtement 41°, donne a c 21° qu' eſt ce que donnent 14°, le reſte de b c 20° moins c d 6°? ce ſont $7\frac{7}{41}$ pour e c, y adjouſté c d 6₀, il en provient $13\frac{7°}{41}$ pour b f ou f g.

QUATRIéME ENSEIGEMENT.

Quand le Triangle a b c forme prés d'a un angle rectangle, a c ou d e ſera le demi-Diametre a d g ou le ſinus total, a b la tangente de l'angle a c b; b c la ſecante, a e le ſinus verſe, d f le ſinus de complement & d c le ſinus de l'angle a c b.

44 *PROP.*

Quand donc b c au Triangle a b c eſt le ſinus entier, b e ſera le ſinus de l'angle a c b, & ſi on porte ce demi-Diametre b c à la ligne a b, il tombe en d puis, ſi on fait tomber une ligne perpendiculaire de d ſur a c, elle eſt d x & encore le ſinus d l' angle b a c. ces ſinus d f & b e ont telle convenance entr'eux, qu'en ont leurs cotez opoſés b c & a b. FIG. 37.

DEMONSTRATION.

Parcequ' a d eſt egal à b c & que le ſinus d f eſt paralléle à celuy de b e, le ſinus de l' angle a c b a telle convenance avec le cóte a b, qu'en a, d f, le ſinus de l'angle b a c, avec a d. mais comme, a ce qu'on a déja dit, a d eſt égal à b c, il eſt demontré que les ſinus d'un Triangle, tel qu'il eſt, ont telle convenance entr'eux, que leurs cótez oppoſés en ont entr'eux.

45. *PROP.*

A un Triangle rectangle le côté d c eſt au cóté d e, comme le ſinus total eſt à celuy de l'angle e c d. FIGUR. 36

46. *PROP.*

A un Triangle rectangle a b c, le cóte a c eſt au cóte a b, come le ſinus total à la tangente de l' angle a c b. FIG. 37

47 *PROP.*

A chaque Triangle la ſomme de deux cótés a la même proportion à leur difference, que la tangente de la demy-ſomme des deux angles, qui leurs ſont oppoſés, en a avec la tangente de la moitie de leur difference. FIG. 38.

DEMONSTRATION.

Prolongez la Baſe a c en d tellement, qu' a d ſoit égal à a b, portez a b de, a en e, d c ſera l a ſomme de deux cótez a b & b c, mais e c eſt leur diffe-

deren differenz / ziehet aus c auff die verlängerte d b mit b e eine parallel, solche ist c f, da nun a d / a b und a e einander gleich seyn / so ist d b e ein rechter Winckel / ingleichen der Winckel bey f / ist dem nach f b Tangens des Winckels b c f, d f aber tangens des Winckels d c f, der Winckel d a b ist den beiden Winckeln a b c und a c e gleich / und also d a b die Summa gedachter Winckel / eben so groß seyn auch die zwey gleiche Winckel a b e und a e b, also ist einer von jetztgedachten Winckeln die Hälffte der Summæ a b c und a c b, der Winckel e b c, oder / welches einerley / der Winckel b c f deren Differenz, nun verhält sich d e zu dem Tangente d b, wie e c, die Differenz der beiden Seiten / zu dem Tangente f b / oder wie sich verhält d c die Summa der beiden Seiten a b und a c zu e c ihrer Differenz, also verhält sich b d Tangens, die Hälffte der beiden Winckel a b c und a c b zu b f tangens der Hälffte der Differenz letztgedachter Winckel / welches zu erweisen.

1. Zusatz.

Wäre aber der stumpffe Winckel a b c nebst den zweyen Seiten a b
FIGUR. 39. und b c bekant / so verlängert b e in d, also / daß b d gleich a b werde / ferner machet b e, gleich a b, so ist d c die Summa der Linien a b und b c, e c aber ihre Differenz. Der Winckel d b a ist so groß als die beiden Winckel b a c und a c b / ungleichen die beiden Winckel b a e und a e b / seyn zusammen so groß / als der Winckel d b a, derowegen ist einer von diesen die Hälffte der Summæ der beiden Winckel b a c und a c b; der Winckel a c f, oder e a c, aber deren Differenz. Die Winckel d a e und d f c sind rechte Winckel / derowegen ist a d Tangens des Winckels d e a, und a f tangens des Winckels a c f, also ist a d Tangens der halben Summæ der Winckel b a c und a c b, f a aber tangens der Differenz itzt gedachter Winckel: nun verhält sich e d zu a d wie e c zu a f, oder wie sich verhält d c, die Summa der beiden Linien a b und b c, zu ihrer Differenz e c, also verhält sich a d tangens die Hälffte der beiden Winckel b a c und a c b, zu a f tangens der Hälffte der Differenz jetztgedachter Winckel.

48 Eigenschafft.

Wenn alle drey Seiten an einem Triangulo bekant seyn / so können dar-
TAB. I. aus auch die drey Winckel folgender Gestalt bekant gemacht werden: Es
FIGUR. 17. sey der Triangul a b c, suchet nach der 28ten Eigenschafft das Stücke d c, und stellet darauff die perpendicular Linie d b, so habt ihr bey d zwey rechte Winckel / sprecht / wie sich verhält b c zu dem sinui toti, also verhält sich d c zu dem Sinui des Winckels d b c; ziehet diesen Winckel von 90 Grad ab / so habt ihr den Winckel bey c, als dann können die andere zwey Winckel bey a und b nach der 44 Eigenschafft auch gefunden werden.

49 Eigenschafft.

Wenn an einem Triangulo die drey Winckel / die drey Seiten aber in Summa bekant seyn / so verhält sich die Summa der dreyen Sinuum zu einem Sinu, wie die Summa der Seiten zu der Seite / welche dem Sinui gegen über stehet.

50 Eigenschafft.

Sind aber die drey Winckel an einem Triangulo nur alleine bekandt / so stehen die Seiten in der proportion, wie die Sinus der dreyen Winckel.

Diese

difference; tires hors de c avec b e une paralléle ſur l'alongée, d b ladite eſt c f, & parce que. a d, a b & a e ſont égalles enſemble, d b e eſt un angle rectangle, de même l'angle prés de f. eſt ſel'on. f b. Tangens des angles. b c f, mais, d f. Tangens de l'angle. d c f. l'angle d a b. eſt égalle aux deux angles. a b c & a c e, & ainſi d a b eſt a ſomme de la ditte angle, de la meme grandeur, ſont auſſi les deux Angles egalles. a b e & a e b, ainſi une Angle ſi deſſus mentionnée, eſt la moitié de la ſomme. a b c. & a c b, l'angle e b c, eſt la méme choſe, l'angle b c f. leurs difference; Maintenant. d e. eſt la ſomme du côté. a b & a c, à la Tangente. d b, comme. e c. la Difference des deux côtez à la Tangente. f b, comme eſt. d c. la ſomme des deux côtez. a b & a c. à e c leur difference, ainſi eſt. b d. Tangens, la moitié des deux angles. a b c. & a c b. à f b, Tangens la moitié de la Difference, de la ſusditte derniere angle ce qui demontre.

SUPPL.

Mais ſi l' obtus angle a b c avec le deux côtés a b & b e ſont connus, vous prolongeres b c en d, de ſorte que b d devienne égal a b puisferez. FIGUR. 39 b c égal à a b, d c e ſera la ſomme des lignes a b & b c, & e c eſt leur difference l'angle d b a eſt auſſi grand que les deux angles b a c & a c b, encore les deux angles b a e & a e b, pris enſemble, ſont auſſi grands que l'angle d b a, & conſequenment l'un deux contient la moitié de la ſomme des deux angles b a c & a c b mais l'angle a c f, ou a e c fait leur difference les angles d a e & d f c ſont de angles égales, c'eſt pourquoy a d eſt la Tangente de l'angle d e a, & a f eſt la Tangente de l'angle a c f, conſequenment a d eſt Tangente de la demi ſomme des angles b a c & a c b, mais f a & la Tangente de la difference des angles ci dites e d eſt de méme envers a d qu'en eſt e c envers a f, ou, d c la ſomme des deux lignes a b & b c eſt de méme à leur difference, ainſi eſt a d, Tengent touchante la moitié des deux angles b a c & a c c envers a f, tangent la moitié de la difference des angles ſus-dites.

48 *PROP.*

Si tous les trois côtez d'un Triangle ſont connus les trois Angles mê- FIG. 17. me peuvent être reconuës de la maniere Suivante, qu'il y ait un Triangle a b c cherchez dans la 23 Prop: la partie de poſſez la ligne perpendiculaire d b vous aurez pres de d deux angles Rectangles, dites Comme b c eſt au Sinus total demème eſt d c au ſinus de l'angle d b c rabattez cêtte angle de 90 degrés vous aurez l'angle prés de c & alors vous trouverés les autres deux Angles proche a & b ſelon la 44 prop: les deux autres angles prés d' a & b peuvent eſtre trouvée de même.

49. *PROP.*

Quand à un Triangle les trois angles ſont connus, mais les trois coſtez n'en ſont connus qu'en ſomme des trois ſinus eſt la méme à un ſinus, que la ſomme des coſtez eſt au coſté, qui eſt oppoſé à ce ſinus.

50 *PROP.*

Mais ſi ſeulement les trois angles d'un Triangle ſont connus, les coſtés ſe trouvent dans la méme proportion que le ſinus des trois angles.

Anmerckung.

Diese 6 Eigenschafften halten das gantze fundament der Trigonometrie in sich/ ist derowegen an deren Erkäntniß viel gelegen/ damit es aber noch deutlicher werde/ will ich demjenigen/ so sich in der Trigonometrie nicht viel geübet/ zu gut/ von jedem ein Exempel hieher setzen.

Erste Exempel über die 44 Eigenschafften.

FIGUR. 35. Es sey an dem Triangulo a b c die Basis a c 20°0' a b 22°6' nebst dem Winckel bey c 77 Grad 31 min. man soll die Seite b c und die zwey Winckel bey a und b finden; sprecht der Logarithmus der Seite a b 2.3541084 gibt Logarithmum sinum des Winckels c 9.9896095/ was giebt der Logarithmus der Seite a c 2.3010300. facit 9.8313727. dieses in der Tabula sinuum Logarithmorum auffgesuchet/ stehet die grösse des Winckels bey a, 42. Grad 42 Minuten dabey/ diese zwey Winckel zusammen addiret/(nemlich diesen und den bey c) giebt 120 Grad 13 Minuten/ von 180 Grad abgezogen bleibet 59 Grad 47 Minuten für den Winckel bey b. Ferner sprecht/ der Sinus des Winckels C 9.9895815. giebt den Logarithmum der Seite/ a b 2.3541084. was giebt der Sinus des Winckels bey a? facit 2.1958996; welcher in den Tabulis der absolut Zahlen/ aufgesuchet 15°7' bey sich stehen hat/ und so groß ist die Seite b c, also sind alle Theile nach ihren Grössen gefunden.

Andere Exempel über die 45 Eigenschafften.

Setzet: die Seite d c des Trianguli e d c sey 13 1' die Seite d e 10°/ sprecht der Logarithmus zu 13°1. ist 2.1172713. giebt den Logarithmum von 10°0'/ ist 2.0000000. was giebt der Sinus totus. 10. 0000000? facit 9.8827287. welches in denen Tabulis sinuum Logarithmorum auffzusuchen/ so findet man 49 Grad 45 Minuten dabey stehen/ dieses ist die grösse des Winckels e c d, diesen von 90 Grad abgezogen/ bleibt 40 Grad 15 Minuten/ für den Winckel e d c, die Seite e c zu finden/ sprecht: 9.8827287. als der Sinus des Winckels e c d, gibt den Logarithmum 2.0000000. als der Seite d e, was gibt 9.8103159 der Sinus des Winckels e d? facit 1.9275872. dieses in denen Tabulis Logarithmorum auffgesuchet/ komt ihm derjenige am nähesten wo 8°4, dabey stehet/ wollet ihr ihn aber genauer haben/ so setzet dem indici eines zu/ so findet ihr ihn bey 8°4'6' am nähesten/ wollet ihr ihm noch genauer haben so vermehret den indicem noch mit eins/ so findet ihr ihn am nähesten bey der absolut Zahl 8°4'6'4" das ist/ die Länge der Linie e c, seyn also die zwey unbekandten Winckel e d c und e c d nebst der Linie e c gefunden.

Anmerckung.

Ich halte des Herrn Hoffrath und Professor Welffen Anno 1711 zu Halle in Octav. heraus gegebenen Tabellen für die bequemsten und besten.

Dritte Exempel über die 46 Eigenschafft.

FIGUR. 36. Es sey die Seite a b, 14°7'/ a c 13 0'. sprecht/ der Logarithmus a c 2.1139433. gibt den Logarithmum der Seite a b 2.1673173. was giebt der Sinus totus 10.0000000? facit, 10.0533740 solchen in den Logarih. Tangentibus auffgesuchet/ giebt 48. Grad 31 Minuten für den Winckel a c b, diesen von 90 Grad abgezogen/ giebt 41 Grad 29. Minuten/ für den Winckel bey b. wolte man aber den Winckel bey b zu erst suchen/ so nimt man a b für den Radium an/ und spricht; wie sich verhält der Logarithmus von a b zu dem Logarithmo a c, also der Sinus totus zu dem Tangente des Winckels bey b.

Es

REMARQUE.

Les ſix proprietés précedentes comprennent tout le fondement de la Trigonometrie, c' eſt pourquoy leur conneiſance eſt de grande importance mais pour la rendre encore plus intelligible, ie mettrai un de chaque Sorte un Exemple pour le bien de ceux, qui ne ſe ſont guéres exercé dans la Trigonometrie.

Prem. Ex. ſur la 44. *Prop.*

Qu' au Triangle a b c la Baſe a c aye 20 0' a b 22°6' avec l' angle prés de c 77 degr. 31 min. on doit trouver le coſté b c & les deux angles prés de a & b dites: le Logarithme du Coſté a b 2.3541084 fait *L*ogarithme du ſinus de l'angle c 9.9896095 combien fait le logarithme du Coſté a c 2.3010300? Somme 9.8313727.cela eſtant cherchez aux Tables des logarithmes des Sinus on y trouve la grandeur de l' angle prés de a 42 degrés 42 minutes ces 2 angles (aſavoir celuy-cy & celuy prés de c) additionnés enſemble ſont 120 degr. 13, min. ſouſtraits de 180 degrés reſt 59 degr. 47. minutes pour le angle prés de b diter encor: le ſinus de l' angle c 9.9895815 fait le logarithme du coſté a b 2.3541084.combieu le ſinus de l' angle prés de a? fait 2.1958996. lequel eſtant cherché aux Tables des nombres abſolus contient 15 7 telle eſt la grandeur du coſté b c, & toutes les parties ſont trouvées ſelon leurs meſures. FIG. 37.

REMARQUE.

I' eſtime parmiles Tables les meilleures & les plus commodes celles qui ſont données au public par Mr. Volf, Profeſſeur & Conſeiller Aulique, à Halle, en 1711.

2. Ex ſur la 45. *Prop.*

Poſé, que le coſté d c du Triangle e d c aye 13°1', le coſté d e 10'. dites le logarithme 13°1 contient 2.112713,& fait le logarithme de 10°0', c' eſt 2.0000000. Qu' eſt-ce que fait le ſinus entier 10.0000000? 9.8827287 cela cherchés aux Tables des logarithmus ſinus des contient 49. degrés, 45. minutes, & c' eſt la grandeur de l' angle e c d celuy-là ſouſtrait de 90. degr. fait 40. degr. 15. min. pour l' angle e d c. Pour trouver le coſté c, e. ditez 9.8827287, le ſinus de l' angle e c d, donne le logarithme 2.0000000 pour le coſté d e que fait 9810359, le ſinus de l' angle e d c? 19275772. lequel,cherchés aux Tables des logarithmes, a pour ceque luy eſt le plus approchant, celuy, où il ſe trouve 48 Mais ſi vous deſirez l' avoir plus préciſement, ajoûtez un à l' indice, & vous le trouverés le plus proche de 8°4.6 & ſi vous de ſirez l'avoir plus-juſte encore, augmentés l'indice encore d' un, & vous le trouverez le plus proche prés du nombre abſolu 8°4'6'4". c' eſt la longueur de la ligne e c. conſequenment ſont trouvés les deux angles méconnuës e d c & e c d, avec la ligne e c.

Troiſime Exemple ſur la Prop.

Que le coté a b aye 14°7. a c 13°0'. dites le logarithme a c 2.1139435. fait le logarithme du Coſté. a b 2.1673173. qu' eſt ce que fait le ſinus total 10 0000000? cherchés aux logarithmes des tangentes, il donnera 48 degrés, 31 minutes pour l' angle a c b lequel eſtant ſouſtait de 90 degres donnera 41 degr. 29. min. pour l' angle prés de b mais ſi l' on cherche l' angle prés de b le premier,on prendra a b pour le demi diametre, diſant: tel qu' eſt le logarithme d' a b à celuy d' a c, tout de méme en eſt ſinus total à la Tangente a e l' angle prés de b. FIGUR. 63

Qu' au

Vierte Exempel über die 47 Eigenschafft.

Es sey an dem Triangulo a b c die Seite a b 22ᶜ 6ˈ die Seite a c 20ᶜ 0ˈ der
FIGUR. 37. Winckel bey a, 42 Grad 42 Minuten / ziehet diesen Winckel von 180 Grad ab / bleibet 137 Grad 18 Minuten / halbirt / ist 68 Grad 39 Minuten / die Summa der beiden Seiten a b und a c 42ᶜ 6ˈ deren Differenz ist 2ᶜ 6ˈ sprecht: der Logarithmus von 42 6ˈ ist 2.6294096 gibt den Logarithmum von 2 6ˈ ist 1.4149733. was gibt tangens von 68 Grad 39 Minuten? facit 9.1935098 dieſen Logarithmum in den Tangentibus aufgesuchet / findet man 8 Grad 52 Minuten / addiret diese zu der Hälffte der unbekandten Winckel 68 Grad 39 Minuten kommen 77 Grad 31 Minuten für den Winckel / welcher der gröſten Seiten gegen über stehet / subtrahiret sie / davon kommen 59 Grad 47 Minuten für den dritten Winckel bey b, die Seite b c ist nach der 44. Eigenschafft leicht aus zu finden.

Fünffte Exempel über die 48 Eigenschafft.

Es sey an dem Triangulo a b c, die Seite a b 10 0ˈ0ˈˈ b c 12ᶜ 0,0ˈ und
FIGUR. 17 a c 15 0 0 suchet das Stücke a d nach der 28 Eigenschafft komt 6ᶜ 0 3 sprecht / der Logarithmus 3 0000000 von der Seite a b giebt dem Sinui toti 10.0000000 was giebt der Logarithmus 2.7803173 von dem Stücke a d? facit 9.7803173. Logarithmus Sinus des Winckels a b d 37 Grad 5 Minuten / diesen von 90 Grad abgezogen komt für den Winckel bey a 52 Grad / 55 Minuten / die übrigen Winckel werden nach dem ersten Exempel gefunden / und hält der bey b 85 Grad 25 Minuten / der bey c 41 Grad 40 Minuten.

6te Exempel über die 49 Eigenschafft.

Es seyn die drey Winckel a 52 Grad 55 Minuten dessen Sinus ist (nach
FIGUR. 17. den schlechten Sinibus) 79775. b 85 Grad 25 Minuten / dessen Sinus 99680 und c 41 Grad 40 Minuten / dessen Sinus ist 66479. diese drey Sinus addiret / komt 245934 sprecht / 245934 giebt 79775 was giebt 37ᶜ die Summa der drey Seiten? facit 12ᶜ / für die Seite / welche den Winckel bey a gegen über stehet / und eben also werden auch die anderen zwey Seiten gefunden / und zwar allezeit diejenige / davon der gegenüber stehende Winckel in die Mitte des Satzes gebracht wird. Die 50 Eigenschafft hat kein Exempel nöthig / weil darinnen die Sache selbst schon ausgedruckt ist.

51. Eigenschafft.

Wenn in einem rechtwincklichten Triangulo a b c, aus dem rechten
FIGUR. 40 Winckel bey b eine perpendicular Linie b d auf die Seite a c gefället wird / so ist solche die Mittel proportionirte Linie zwischen den Theilen der Basis a d und c d, demnach so ist das Rectangulum a d in c d gleich dem quadrat b d.

52. Eigenschafft.

In einem jeden rechtwincklichten Triangulo theilet die aus dem rechten Winckel auff ihre gegen über stehende Seite fallende perpendicular-Linie ernannte Seite in die proportion, als die quadrate derer Seiten gegeneinander haben / die den rechten Winckel beschliessen.

Zusatz

Es sey a b gleich 16ᶜ a c 20ᶜ b c 12ᶜ Ruthen / so ist d c 7ᶜ 2ˈ / a d 12ᶜ 8ˈ der
FIGUR. 40 beiden Zahlen proportion ist wie 9. zu 16. eben also stehen auch die quadrata 144 zu 256 / der Beweiß ist aus der 13 und 14 Figur zu holen.

Wenn

4me Ex. ſur la 47mé Prop.

Qu' au Triangle a b c le côté a b aye, 22°6'. le côté a c 20°0'. l'angle prés d'a 42. degr. 42. min. ſouſtrayés cêt angle de 180. degrés, reſt. 137. degrés, 18. minutes, en ôtés la moitié c'eſt 68. degr. 39. minutes, la ſomme des deux côtés a b & a c 42°6'. dont la diference eſt 2°6'. dites le Logarithme de 42°6' eſt 2.6294096. donne, Le Logarithme de 26. fait 1.4149733. qu' eſt-ce que fait la Tangenté de 68. degr. 39. min. ? f. 9.1935098. en cherchant ce Logarithme aux Tangentes, on trouve 8. degr. 52. min. additionnés les avec la moitié des angles inconnus de 68. deg. 39. min. il en proviennent 77. degr. 31. min. pour l'angle oppoſé au plus grand côté, ſoûſtrayés les, ils en proviendront 59. degr. 47. min. pour l'angle troiſiéme prés de b. le côté b c eſt facile à trouver ſelon la 44*me* Prop. FIGUR. 37

5me Ex. ſur la 48. Prop.

Qu'au Triangle a b c, le côté a b aye 10°0'0'. b c 12°0'0'. a c 15°0'0'. cherchez a d ſelon la 28*me* Prop. vous aurez 6°0'3', dites: Le Logarithme 3.0000000. du Côté a b donne au ſinus total 10.0000000. qu'eſt-ce que donne le logarithme 2.7803173. de la part d' a d? f. g. 7803173. Logarithme du ſinus de l'angle a b d 37. degrés, 5. minutes. celuy-cy ſoûſtrait de 90. degr. fait pour l' angle prés d'a 52. degr. 55. min. les autres angles peuvent - eſtre trouvés ſelon l' exemple premier; celuy prés de l' contient 85. degr. 25. minut. celuy prés de c 41. deg. 40. min. FIG. 17.

6me Ex. ſur la Prop. 49me.

Soient les trois angles a ont 52. degrés, 55. min. dont le ſinus (ſelon les ſinus ſimples) fait 79775. b, 85. degr. 40. minutes, ſon ſinus 99680. &c. 41. degr. 40. minutés, ſon ſinus 66479. ces trois ſinus additionnés font 245934.. dités. 24.5934. font 79775. qu' eſt-que font 37', la ſomme des droits, côtés. f. 12'. pour le côté oppoſé à l' angle a. & de la méme maniere les deux autres côtes ſont trouvés, ſavoïr toûjours celuy dont l' angle oppoſé eſt reduit au milieu de la computation, la 50*me* Proprieté n' a pas beſoin d'un exemple d'autant que la pratique y eſt aſſes exprimée.

51. *PROP.*

Lors que dans un juſte Triangle d'Angle a b c hors de la droit Angle proche. b. Se trouve une ligne perpendiculaire b d du côté. a c. elle eſt le millieu de la ligne proportionnée, entre la partie de la Baſe a d, & c d puis en aprés le rectangle ad dans c d. eſt égal au quarré. b d. FIG. 40.

52 *PROP.*

Dans chaque Triangle d' Angle rectangle, 'partagez avec proportion la ligne perpendiculaire qui tombe hors de l'Angle droite, ſur celle qui eſt vis à vis d h du dit côté, ainſi ſont Les uns aux autres les quarrés de ſes côtez qui ferménr l' Angle droite.

SUPPLEMENT.

Que a b aye 16 verges a c. 20°. b c. 12°. d c eſt 7°21'. a d. 12°8'. la proportion des deux nombres eſt comme 9, à 16, de même eſt auſſi le quarré 144 à 256. la demonſtration peut étre priſe de la 13, & 14. Figure. FIG. 40.

53 Eigenschafft.

Wenn in einem gleichschenecklichten Triangulo a b c die perpendicular Linie
FIGUR. 41. b d gefället / und ein Schenckel a b oder b c aus d in e, und auch aus d in f getragen wird / so ist das Rectangulum e a in a f gleich dem Quadrat der perpendicular b d, der Beweiß ist aus der 23. Figur zu holen.

54 Eigenschafft.

Wenn man an einem rechtwincklichten Triangulo a b c die Seite b c,
FIGUR 42 so dem rechten Winckel gegen über stehet / nach belieben in d verlänger / und d e mit a b auff die verlängerte a c parallel ziehet / so ist das Quadrat der gantzen Linie b d so groß als die vier Quadrate derer Linien a b, a c, e c und d e, nebst zweyen Rectangulis a c in c e, und zweyen Rectangulis a b in d e.

55 Eigenschafft.

Wann auff eine Linie a b eine andere c d fället / und wird begehret
FIGUR. 43 daß man c d solcher Gestalt in e verlängern solte / daß das Rectangulum b d in d e so groß seye als das Rectangulum c d in a d, so ziehet man aus a auff die verlängerte c d eine parallel mit c b in e, so ist die begehrte d e gefunden / und verhält sich d c zu d b, wie d e zu a d.

56 Eigenschafft.

Wann an einem rechtwincklichten Triangulo a b c, dessen Seiten a b
FIG. 44. und a c gleich seyn, die Basis a c verlängert / und dieser aus b eine parallel gezogen / und b c aus c auff die parallel in d getragen / der punct e gegeben / und aus b auf itztbemeldten punct die Linie b e gezogen wird / so zerschneidet solche die Linie d c in eben der proportion, als die Theile b g und g e gegen einander haben.

Zusatz.

Solten nun die Theile b g und g e item d g und g c gefunden werden / so betrachte man / daß die Trianguli b d g und c g e, vermöge der Parallelen, ähnliche Winckel haben / denn der Winckel b d c ist dem Winckel e c g, und der Winckel c e g ist dem Winckel d b g, also auch ist der Winckel c g e dem Winckel b g d gleich / dem nach sind / nach der 8 Eigenschafft / auch die Seiten an proportion einander gleich / da nun a b und a c bekandt und einander gleich seyn / so ist auch b c, welche gleich c d, bekandt / b c d ist ein rechtwincklichter Triangulus, derowegen ist b d auch bekand / ferner addire man das quadrat a b zu dem Quadrat a e und extrahire aus der Summa Radicem quadratam, so komt die Länge der Linie b e, nun sprecht / wie sich verhält b d zu c e, also verhält sich g e zu b g und g d zu g c: wollet ihr aber die Theile b g und e g in Zahlen finden / so setzet die Summa b d und c e, giebt c e, was giebt b e? facit g e, eben so findet ihr auch die Theile d g und g c also ist diesem Problemati, welches mir in Leipzig von einem Architecto aus Halle auf gegeben worden / ein Genügen geschehen.

57 Eigenschafft.

Wann an einem Triangulo a b c, dessen Seiten a b und a c einanger gleich
FIGUR. 41. seyn / die Linie a c verlängert / und darauff nach belieben einen punct in d erwählet / aus diesem der Seite a b eine Parallel gezogen / und das Stück c d in e getragen / und durch diesen von dem puncto b eine Linie auf die verlängerte a c in f gezogen / so verhält sich d f zu d c wie a f zu a c.

Obi-

53. *PROP.*

Lorsque dans un Triangle Isosceles a b c. tombe la ligne perpendicu- FIG. 41.
laire b.d. & un côté a b. ou b c. hors de. d. en. e. & aussi qu'on transporte de. d. en f. le Rectangle. e a. egal dans a f. au quarré du perpendiculaire b d. la demonstration est prisse de la 23. Figure.

54. PROP.

Lors qu'a un juste Triangle d'Angle. a b c. du côté b c. qui est vis à vis FIG. 42.
de l'Angle droite; Alongez la comme il vous plaira en d. & d e. avéc a b. sur sur l'alongement a c parallele, le quarré de toute la ligne b d. sera si grand que les quarrés des lignes. a b. a c. c e, & e d aussi deux Rectangles. a c. en c e & deux Rectangles a b. en d e.

55. *PROP.*

Lorsque sur une ligne a b. en tombe une autre c d & l'on veut alon- FIG. 43.
ger de cette maniere. c d. en. e que le Rectangle. b d. en d e soit si grand, que le Rectangle c d en a d. l'on tire hors de. a. de l'alongée. c. d. une Parallele avec c b en e, comme cela le souhaité d e est trouvé, ainsi va d c à d b. comme d e à d c.

56. *PROP.*

Lors qu'a un juste Triangle rectangle. a b c. ses côtés a b & a c. sont FIG. 44.
egaux. la Base a c alongée, Tirés hors de b une parallele, & b c hors de. e. & mettez la sur la Parallele en d. il donnera le point. e. & hors du b. sur ledit point l'on tire la ligne, b c. elle coupe la ligne. d c. en g. de la proportion que la partie b g. & g e sont.

SUPPLEMENT.

Doit on trouver les Parties b g. & g e. Item d g & g e. considerez, que le Triangle. b d g. & c g e. selon la parallele resemblent avoir d'Angles. Car l'Angle b d c. & l'Angle e c. g & l'Angle c e g & l'Angle d b g comme aussi l'Angle c g e sont egalles à l'Angle b g d. en suite suivant la 8. Proprieté, les côtéz Sont égaux l' un à l'autre à proportion que a b & a c sont connus, & egaux, ainsi b c qui est egal à c d. est connu: b c d est un juste Triangle rectangle. C'est pourquoi b d est aussi connu, encore, additionnez le quarré a b avec le quarré. a e & rebattez en la somme du quarré demi-diametre, vous aurez la longueur de la ligne. b e, & dites comme va b d. à, c e. ainsi va. g e. à b g. & g d. à g e. Mais voulez vous Trouver en Nombre les parties. b g. & e g. possez la Somme de. b d. & c e. donne. c e. combien. b e. Somme. g e. comme cela vous trouverez les parties. d g. & g e. ce Probleme qui me feut donné à Leipzig par un Architecté de Halle dont il feut Satisfait.

57. PROP.

Lors qu'a un Triangle. a b c. ses cotés. a b. & a c. sont egaux, la ligne FIG. 45.
a c. a longée, & au dessus l'on à choisi un point comme on à voulu, hors de celle cy, du côté à b on à tiré une parallele, & transporté la partie. c d en e & au travers de puis le point. b. on à tiré une ligne sur l'alongement, a c. en f. d f. est à d c. comme. a f. à a c.

Selon

58 Eigenschafft.

Obiger Eigenschafft nach/können zu der ersten und dritten proportional-
FIGUR.45. Linie die zweyte und vierdte folgender Gestalt gefunden werden: die gegebenen Linien seyn a c und c d, traget a c in b, ziehet aus d der Linie a b eine parallel, traget darauff die Linie c d, ziehet durch b und e eine Linie in f, auff die verlängete a d, so ist d f die zweyte / a f aber die vierdte proportional-Linie.

59 Eigenschafft.

FIG. 46. Wann an einem Triangulo a b c eine Seite nach belieben in d verlängert und von dar eine Linie auf die gegen über stehende Seite a c in e gezogen/ auch der Seite b c unterschiedliche Parallelen g h, j k gezogen/ so werden diese parallel Linie durch die Linie e d proportional zerschnitten/ dann wie sich das Rectangulum e f in f d verhält zu dem Rectangulo h f in f g, also verhält sich das rectangulum e L in L d zu dem rectangulo J L in K L und so fort.

60. Eigenschafft.

FIG. 47. Wann an einem Triangulo a b c die Seiten a b und b c verlängert werden/ und man die puncta d und e mit der Basi a c parallel zusammen ziehet/ wodurch die gleichförmige Trianguli a b c und b e d construiret, auch durch beide Triangulos die Linie h i dergestalt gezogen wird/ daß i f und g h und also auch die Linie i g und f h einander gleich seyn/ so ist das rectangulum c i in a i gleich dem rectangulo d h in h e.

61. Eigenschafft.

FIG. 48. Wenn man an einem rechtwincklichten Triangulo a b c auff der Linie a b ein punct d bemercket/ die Linie d c ziehet/und auf die zwey Linien d c und b c die perpendicularen d f und b e stellet/ so zertheilen itztgedachte Linien die Linie a e in eben die proportion als die quadrata gegen einander haben die aus den Linien a b und a d gemacht werden/ das ist/ wie sich verhält das quadrat a d zu dem quadrat a b, also verhält sich die Linie a f, zu der Linie a e.

62 Eigenschafft.

FIG. 48. Wann man a c für dem parameter, oder Latere Recte, annimmet/ so ist a der Scheitel/ oder vertex, parabolæ, a d die semi ordinata zur axe a f, und a b semiordinata zur axe a e.

63 Eigenschafft.

FIG. 48. Wann man die axe a f mit dem parameter a c multipliciret, so komt das Quadrat der Semiordinata a d, multiplicirt man die Axe e a mit dem Parmeter a c, so komt das Quadrat der semi-ordinata a b.

Erster Zusatz.

Demnach sind in der Parabele die Rectangula aus den axen oder abscissen, in dem Parameter den Quadraten der ihr zu geordneten semi ordinata gleich.

Anderer Zusatz.

Und weil der Parameter eine unveränderliche Grösse ist/ so verhalten sich die quadrate der Semi ordinaten wie ihre Axen.

Wann

58. PROP.

Selon la dite prop. ſur la premiere & troiſiëme ligne de proportion l'on peut trouver la ſeconde & quatrieme forme Suivante, ſupoſé que la ligne qu'on. donne ſoit. a c. & c d. transportez.a c. en. b. tirés hors. d. de a b, une Parallele, transportez la ſur la ligne. c d. tirés une ligne autravers. b. & e. dans f. ſur l'alongement. a d. ainſi d. f. eſt la Largeur, Mais. a f eſt la quatrieme Ligne de proportion. FIGUR. 45.

59 PROP.

Lors qu'a un Triangle. a b c. on alonge ſelon ſon vouloir un côté en. d. & l'on tire dudit une ligne au côté. b c. & tiré differentes Paralleles g h. i k. les dites Paralleles ſeront coupées par la ligne proportionnée. e d. car comme le Rectangle. e. f. eſt en f d. au Rectangle h f en f g ainſi eſt le Rectangle c l. en l d. au Rectangle i l. en k l. & ſuivant. FIG. 46.

60. PROP.

Lors qu'a un Triangle. a b c. on alonge les côtés. a b. & b c & que l'on tire les points d. & e. avec la Baſe. a c Parallele par ou ſe Conſtruit l'egale forme du Triangle. a b c & b e d. & que l'on tire auſſi la ligne h. i. des deux Triangles, de Sorte que. i f. & g f. comme auſſi la ligne i g. & f h. ſojent egaux, le Rectangle, c i. eſt en. a i. egal au Rectangle. d h. en h e. FIG. 47.

61. PROP.

Lors qu'a un Triangle rectangle. a b c. il y à un point ſur la ligne. a b. remarquez la ligne. d c & poſſés ſur les deux lignes d c. & b d. la perpendiculaire. d f. & b e. la ſuſdite ligne ſe pare la ligne a e de la même proportion que les quarrez ſont l'un contre l'autre, ſçavoir ceux qui ſont faits des lignes a b. & a d. cela eſt, comme le quarré a d eſt au quarré a b ainſi eſt a f a la ligne. a c. FIG. 48.

62. PROP.

Lors qu'on prend a c pour le Parametre ou Latere Recto. a. eſt la Separation ou vertex parabele. a d la ſemiordinata à l'aſſieu a f & a b Semiordinata de l'aſſieu. a. e. FIG. 48.

63. PROP.

Lorsqu'on Multiplie l'Aſſieu. a f. avec le Parametre. a c. il provient le quarre du ſemiordinata. a d., Multiplie t'on l'Aſſieu. a e. avec le Parametre. a c. il provient le quarré du ſemiordinata. a b. FIG. 48.

1. SUPPLEMENT.

En aprés dans le Parabele les Rectangles, hors de l'Aſſieu, ou abſciſſen, dans les Parametrer des quarrés, leurs ordonnés ſemiordinata ſont egaux.

2. SUPPLEMENT.

Et comme le Parametre eſt d'une groſſeur non changeante, les quarrés des Semiordinaten, ſont comme leurs aſſieux.

64. Eigenschafft.

Wann in einem Triangulo a b c einer Seite eine Parallel Linie d m,
Figur.49 und ferner der Basis die Parallelen j h; g f und d e gezogen/ und auff die Linien a c, j h und g f, halbe circul gestellet/ auch aus den Durchschnitts puncten k L. und m biß an die Circul-Bogen perpendicular-Linien gefället werden/ so ist d m Axis parabelæ, d vertex, d e Latus primarium, k n semiordinata der Axe d k, l o semi ordinata der Axe L d, p m aber semiordinata der Axe d m.

Anmerckung.

Man kan demnach eine Parabel construiren/ wann man auf eine Linie die abscissen d, k, l und m träget/ und darauff ihre semi ordinaten zu beiden Seiten perpendicular auffrichtet/ und die eusserste puncta zusammen ziehet.

65. Eigenschafft.

In obiger Figur verhalten sich die rectangula f k in g k, h l in l i, und c
Figur.49 m in m a gegeneinander/ wie sich die abscissen d k, d l und d m gegeneinander verhalten.

66 Eigenschafft.

Wann das Latus primarium d e aus d in q getragen/ und mit a c die
Figur.49 parallel q r gezogen wird/ so ist diese q r der Parameter.

Zusatz

In eben dieser Figur ist das Rectangulum d k in dem Parameter q r dem Quadrat k n gleich/ wie in dem Zusatz der 63 Eigenschafft.

67 Eigenschafft.

Wann man in einem gleichschencklichten Triangulo a b c auff der Seiten
Figur.50 a b einen punct d erwählet/ und daraus in c die Linie d c gezogen wird/ so ist solche die grosse Axe, oder grosse Diameter in der Ellipsi.

68 Eigenschafft.

Wann dieser grosse Diameter in k in zwey gleiche Theile getheilet/ und durch diesen punct der Basis a c parallel die Linie h j gezogen/ und in o in zwey gleiche Theile getheilet/ daraus der halbe circul j l h beschrieben/ und aus k eine perpendicular Linie in l gezogen wird/ so ist diese der halbe kleine Diameter in der Ellipsi.

69. Eigenschaft.

Wann das Latus primarium d e, welches mit a c parallel gezogen/
Figur.50 aus d in f getragen/ und die parallel f g gezogen wird/ so ist diese Linie der parameter in der Ellipsi.

70 Eigenschafft.

Wenn das Latus primarium d e auff die verlängerte a c aus a in m
Figur.50 getragen/ der halbe Circul über m c geworffen/ und aus a die perpendicular a n gefället wird/ so ist solche zweymahl so lang als k l, und daher der kleine Diameter in der Ellipsi.

64. PROP.

Lors que dans un Triangle. a b c. d'un côté on tire une Parallele ligne: d m. & encore la Baſe de la Parallele. i h. g f. & d e. & qu'on à poſſé au deſſus de la ligne a c. i h. & g f. le demi cercle, hors des points coupés. k l. & m. jusqu'au pli. du cercle qui eſt tombé à la ligne perpendiculaire, d m. eſt Axis Parabele d. vertex; d e. Latus primarium, k n. ſemiordinata de l'aſſieu. d. k. l o. ſemiordinata de l'aſſieu, mais. l d. p m. ſemiordinata de l'aſſieu. d m. FIG. 49.

REMARQUE.

On peu en apres Conſtruire une Parabele, lors qu'on Transporte ſur une ligne les abſciſſen. d k l & m. & que l'on dreſſe des perpendiculaires au deſſus des deus cotés des ſemiordinaten, & aſſemble les points en de hors,

65. PROP.

Dans la dite Figure les Rectangles ſont l'un à lautre f k en g k., h l. en l i., & c m. en. m a., comme les abſciſſen. d k. d l. &. d m. l'une à lautre. FIGUR. 49

66. PROP.

Lors qu'on à transporté le Latus primarium. d e. en. q; & qu'on à tiré avec. a c. la Paralléle. q r, ce méme. q r eſt le Parametre. FIG. 49.

SUPPLEMENT.

Dans cette figure le Rectangle. d k. eſt dans le Parametre q r egal au quarré. k n., comme dans le Supplemens de la 63. Prop.

67. PROP.

Lorsqu'on choiſit à un Triangle Iſoſcelé a b c. ſur le côté a b un point. d. & que l'on en tire en. c. la ligne. d c., ladite eſt le gros. aſſieu, ou grand Diametre, dans le Ellipſis. FIG. 50.

68 PROP.

Quand ce grand Diametre dans. k. ſe partage en deux parties égalles & que l'on tire au travers de ce point la Baſe. a c. parallele. h i. & qu'en; O l'on partage én deux partiés égalles, ou eſt écrit le demi cercle. i l h. & que l'on tire hors de. k. une ligne perpendiculaire en l., il eſt la moitié du petit Diametre, dans le Ellipſis.

69. PROP.

Quand le latus Primarium. d e. lequel eſt tiré avec, a c parallele; & transporté hors de. d. en f., & que l'on tire la parallele. f. g. C'ette ligne du Parametre, eſt dans le Ellipſis. FIG. 50.

70 PROP.

Lors que le latus Primarium. d e. ſur l'alongement. a c. eſt transporté hors de. a en m., & que l'on jette le demie cercle ſur m c. & hors de a. tombe le perpendiculaire. a n. ledit, eſt deux fois ſi long que. k l. & de la le petit Diametre dans le Ellipſis. FIG. 50.

C'eſt

71 Eigenschafft.

FIGUR. 50. Diese a n ist die mittel proportionirte Linie zwischen d c und f g, das ist / das quadrat des kleinen Diametri in der Ellipsi ist so groß als das rectangulum aus dem grossen Diameter d c und dem Parameter f g.

72 Eigenschafft.

FIGUR 50. Das Quadrat d c verhält sich zu dem Quadrat a n, wie d c zu f g, das ist / wie sich in der Ellipsi das Quadrat des grossen Diametri verhält zu dem Quadrat des kleinern / also verhält sich der grosse Diameter zu dem Parameter.

73 Eigenschafft.

Wie sich verhält das Rectangulum d k in k c zu dem Quadrat k l, also verhält sich d c zu f g, das ist / wie sich das rectangulum aus den Theilen der grossen Axe zu dem Quadrat der halben ordinata verhält / also verhält sich die grosse Axe zu dem parameter.

74 Eigenschafft.

Wie sich in der Ellipsi die Quadrata der halben ordinaten gegen einander verhalten / also verhalten sich auch die rectangula aus den Theilen der Axe.

75 Eigenschafft.

Endlich / wann ihr das quadrat der Abscisse d k mit dem patameter f g multipliciret / und mit der Axe d c dividiret / das kommende von dem rectangulo d k in f g abziehet / so bleibet das quadrat der Semi ordinata k l.

Anmerckung.

Wann man der Linie a c unterschiedliche parallel Linien ziehet / auff jede einen circul beschreibet / und aus den puncten wo die parallel Linie die grosse Axe d c durchschneidet / perdicularen biß an ihre circuli fället / so sind solches semi ordinaten, wann dann diese semi ordinaten, auf der grossen Axe in eben denselbigen puncten, wo sie stehen zu beiden Seiten perpendiculariter auffgerichtet / und ihre äusserste puncta zusammen gezogen werden / giebt solches eine ellipsis.

76 Eigenschafft.

FIG. 51. Wann an einen Triangulo a b c die Seite a b nach belieben in e verlängert / und von dar die Linie e g mit d b parallal gezogen wird / so ist f g die Axe einer hyberbel, e f Latus transversum oder Zwerg-Axe, f h die kleine axe, oder auch *L*atus primarium, f j aber der parameter.

77 Eigenschafft.

FIGUR. 51. Wie sich verhält e f zu f h, also verhält sich f h zu f j, das ist / in der hyberbel verhält sich die grosse Axe zu der kleinen Axe, wie die kleine Axe zu dem parameter, demnach ist die kleine Axe die mittel proportionirte Linie zwischen der grossen axe und dem Parameter.

Und

71. *PROP.*

Cêt. a n. eſt le millieu de la ligne Proportionnée, Entre. d c. & f g. cêt. le quarré du Diametre dans le Elliplis, & il eſt ſi grand que le Rectangle hors du grand Diametre. d c. du Parametre. f g. FIGUR. 50.

72 PROP.

Le quarreé. d c. ſeraporte au quarré. a n. comme. d c. à f g. cela eſt, comme le quarré du grand Diametre ſe raporte dans le Ellipſis, au quarré du petit; Aïnſi ſe raporte le grand Diametre, au Parametre. FIGUR 50.

73. *PROP.*

De même que le Rectangle. d ĸ. eſt en ĸ c. au quarré. ĸ l. ainſi eſt. d c. à f g. cela eſt, comme le Rectangle hors des parties du grand Aſſieu, ſe raporte au quarré du demie ordinata, ainſi ſe raporte le grand Aſſieu au Parametre.

74. *PROP.*

Comme dans le Ellipſis ſeraportent l'un l'autre les quarrés du demie ordinata. Ainſi ſe raporte la Rectangle hors de la partie de l'Aſſieu.

75. *PROP.*

En fin lors que vous Multipliés le quarré de l'Abſciſſen. d k. avec le Parametre. f g. & le diviſez avec l'Aſſieu d c., & rabattez ce qu'il proviend du Rectangle. d k. en. f g., il reſte le quarre du Semiordinata k l.

REMARQUE.

Lorsqu'on tire de la ligne. a c. differentes lignes Paralleles, & que l'on écrit ſur chacune, un demie cercle, & hors du point ou la ligne paralle-le ſepare le gros Aſſieu d c & tombe perpendiculaires jusqu'a à ſon cercle celles la ſont ſemiordinaten, & lors que ces ſemiordinaten ſont dréſſées ſur le grand Aſſieu, aux mêmes points ou elles ſont des deux côtez perpendiculairement, & que l'on aſſemble ces points en dehors, les mêmes font un Ellipſis.

76. *PROP.*

Quand à un Triangle. a b c, le côte. a b., eſt alongé, comme l'on veut en. e. & qu'on tire de cêt endroit la ligne. e g. avec. d b. Parallele, f g; eſt l'Aſſieu d'une hyperbele, e f. Latus transverſum ou Aſſieu en dehors, f a, le petit Aſſieu, on Latus primarium, mais f i. des Parametre. FIG. 51.

77. *PROP.*

Comme. e f. eſt à. f h. ainſi eſt. f h. à f i. c'eſt, dans l'hyperbele le grand Aſſieu, eſt au petit Aſſieu, comme le petit Aſſieu eſt au Parametre. En aprés le petit Aſſieu, eſt le millieu de la ligne proportionnée, entre le grand Aſſieu, & le Parametre. FIGUR. 51.

78 Eigenschafft.

FIGUR.51. Und wie sich verhält das Rectangulum e l in l f zu dem rectangulo k l in l m, also verhält sich/nach der 59 Eigenschafft/das rectangulum e o in o f, zu dem rectangulo n o in o p und weil L q eine semiordinata ist / deren Quadrat gleich ist dem rectangulo k l in l m , so verhalten sich die Quadrate der Semiordinaten in der Hyperbel , wie die rectangula der Zwerg-Axe mit der abscisse in die Abscisse , das ist / man setzet die Zwerg-Axe und abscisse zusammen / so giebt solche die Länge des rectanguli und die abscisse die Höhe.

79 Eigenschafft.

FIG. 51. Endlich wenn man das Quadrat der abscisse f o mit dem Parameter f i multiplicirt,und mit der Zwerg-Axe f e dividiret / das rectangulum aus f o in f i addiret / so komt das Quadrat der semi ordinata l q. Also hält sichs auch mit der Semiordinata o r,u s w. wollet ihr aber den parameter finden / so machet t f gleich h f, ziehet die parallel t i, so ist i f, der verlangte parameter.

Anmerckung.

Richtet auff die Axe f g die perpendicularen l q und o r auf die puncte l und o zu beiden Seiten perpendiculariter auff / und ziehet ihre äusserste puncta zusammen / so habet ihr eine hyperbel.

2. Anmerckung.

Je mehr der parallel Linien gezogen werden / je mehr bekommet man semiordinaten , und je accurater wird die hyperbel, welches so wohl in der parabel und ellipsi, als in dieser in acht zu nehmen.

80. Eigenschafft.

FIGUR.52 Wann an einem Triangulo a b c dessen Basi a c kürtzer ist als a b die perpendicular Linie innerhalb der Basi fält / und das Stücke d c gleich ist der Differenz b e der Seiten a c und a b, so ist c der scheitel punct,oder vertex,a das Centrum reflectionis, b d semiordinata, und d c abscisse in der parabel.

81. Eigenschafft.

Ist aber das Stücke d c grösser als die Differenz b e, so ist c vertex,a centrum reflectionis, b d semiordinata , und d c adsciſſe einer Ellipsis.

82 Eigenschafft.

Wann aber d c kleiner ist als die Differenz b e, so ist a centrum reflectionis,c vertex , b d eine semiordinata, und d c abscisse einer Hyperbel.

83 Eigenschafft.

FIG. 53. Wenn in einem rechtwincklichten Triangulo a b c , aus dem rechten Winckel bey b eine perpendicular Linie b d, gefället wird / so ist/ wann d c und a d ungleich seyn / das kleineste Stück d c an der parabel abscisse, d b semi ordinata, c vertex,und ∟ a d aus d in e Centrum reflectionis,fället aber d b in die Mitte a c , so ist eine solche Hälffte abscisse &c.

84 Eigenschafft

FIG. 53. Wañ an einem rechtwincklichten Triangulo a b c bey b ein rechter Winckel/ und b c halb so lang ist als a b,so ist b d halb so lang als a d, und d c gleich halb

so

78. PROP.

Et Comme le Rectangle. e l. eſt en. l f. au Rectangle. K l. en l m. ainſi eſt auſſi, ſelon la 59. Prop. le Rectangle. e o. en. o f. au Rectangle. n o. en. o p. Et comme. l g. eſt une ſemiordinata egalle au quarré du Rectangle K l. en. l m. Ainſi les quarrés des ſemiordinaten ſont dans l' hyperbele, comme eſt, le Rectangle de l'Aſſieu en dehors avec l'Abſciſſe, dans l'Abſciſſe, cela étant l'on poſſe enſemble l'Aſſieu en dehors, & l'Abſciſſe, Comme cela donnent la longueur du Rectangle, & l'Abſciſſe la hauteur. FIG. 51.

79. PROP.

Enfin Lorsqu'on Multiplie le quarré de l'Abſciſſe f o. avec le Parametre. f i. & que l'on le diviſſe, avec l' Aſſieu en de hors f e. & que l'on additionne le Rectangle, hors. f o. en. f i. il en provient le quarré du ſemiordinata l q. Ainſi eſt auſſi, avec le ſemiordinata. q r. & ſuivant. Mais voulez vous trouver le Parametre, faites egal t f à h f. tirés la parallele. d i. il ſera. i f. le Parametre de ſiré.

1. REMARQUE.

Dreſſes ſur l'Aſſieu f. g. la perpendiculaire. l q. & o r. ſur les points. l. & o. des deux côtez perpendiculaires. a d, tirés enſemble leurs points en de hors, vous aurez une hyperbelé.

2. REMARQUE.

Au plus on tire la ligne parallele, au plus on à des ſemiordinaten, & l'hyperbole ſera d'autant plus juſte, au quel on doit obſerver, ſi bien dans la parabele & Ellipſis qu' à celle cy.

80 PROP.

Lors qu' un Triangle. a b c. la Baſe: a c. eſt plus courte que a b. & que la ligne perpendiculaire tombe hors de la Baſe, & que la partie, d c. eſt egalle, la difference. b e. du côté. a c. & a b. c. eſt le point de Separation ou vertex. a. LE Centre Refflectionis. b d. ſemiordinata, & d c. Abſciſſe dans le parabele. FIG. 52.

81. PROP.

Mais ſi la partie. d c. eſt plus grande, que la Difference. b e., c. eſt vertex; a. Centrum Refflectionis, b d. ſemiordinata, & d c. Abſciſſe d'un Ellipſis.

82. PROP.

Mais ſi. d c. eſt plus petit, que la Difference. b e. a. eſt Centrum Reflectionis, c, vertex; b d. une ſemiordinata, &. d c. Abſciſſe d'une Hyperbelé.

83. PROP.

Lors qu'a un Triangle, a b c. hors de l'Angle droite prés de. b., tombe une ligne perpendiculaire. b d. & que. d c. &. a d. lui ſont inegaux, la petite partie. d c. à la parabele Abſciſſe, d b. ſemiordinata, e. vertex. & $\frac{1}{4}$ a d. hors de. d. en. e. Centrum Refflectionis. Mais ſi. d b. tombe au millieu de. a c. cette moitié eſt abſciſſe. &c. FIGUR. 53.

84 PROP.

Lors qu'a un Triangle Rectangle. a b c., l'Angle eſt prés de. b., & que. b c. eſt moitié de la longueur de. a b., b d, eſt la moitié ſi long que a d; & d c. de- FIG. 53.

so lang als d b, und d c gleich $\frac{1}{4}$ a d; in diesem Fall wäre d das Centrum reflectionis in der parabel &c.

85 Eigenschafft.

Wann an einem spitzwincklichten Triangulo a b c aus dem spitzigen
FIGUR. 54 Winckel b eine perpendicular Linea b d auff die verlängerte a c gefället wird / so ist solche eine semi ordinata einer hyperbel, c vertex, und / a c die Zwerg-axe.

86 Eigenschaft.

Wann an einem Triangulo a b c der Winckel bey b unter 90. Grad ist /
FIGUR. 55 und daraus die perpendicular Linie b d gefället / und das kleineste Stück c d, aus d in e getragen wird / so ist d b eine semi ordinata, e vertex, e a, die Zwerg-axe an einer hyperbel, wenn aber d in die Mitte a c fallet / so ist es keine hyperbel mehr.

87 Eigenschafft.

Wann an einem Triangulo a b c der Winckel bey b über 90 Grad ist /
und aus c eine perpendicular Linie auff die Basin a c gefället / die Basis bey
FIGUR. 56 d in zwey gleiche Theile getheilet / und der halbe circul a f c gezogen / auch b e in f verlängert / von da eine Linie nach dem centro d gezogen / und dieser aus b eine parallel auf a c in g gezogen wird / so ist b g in der Ellipsi der halbe kleine / und a b der grosse Diameter, b e eine semi ordinata, ist aber a b und a c gleich / so fält b e in die Mitte a c, und ist dahero b e der halbe kleine Diameter, wenn aber der Winckel bey b 90 Grad oder weniger hält / so ist es keine Ellipsis mehr.

88 Eigenschafft.

Wenn aus einem rechtwincklichten Triangulo a b c die perpendicular
FIGUR. 57 aus dem rechten Winckel bey b in d gefället / a c in e verlängert / auch a c in f verkürtzet wird / so ist c vertex, c d Abscisse einer Parabel, a e der grosse Diameter einer Ellipsis, a f der äusserste Diameter, oder Zwerg axe, einer hyperbel, f vertex, b d, aber eine semi ordinata aller dreyen sectionen.

89. Eigenschafft.

Wenn in einem Triangulo Linien aus dem Winckeln auf ihre gegen
FIG. 58. über stehende Seiten der gestalt gezogen werden / daß sie die Winckel in zwey gleiche Theile theilen / so zerschneidet jede Linie die Seite in eben der proportion als die zwey Seiten stehen / die den Winckel machen / woraus die Linie gezogen ist.

Zusatz.

Es sey der Triangulus a b c, und aus dem Winckel a die Linie a f, aus dem Winckel b die Linie b d, und aus dem Winckel c die Linie c e, gezogen / so verhält sich das Stück b f zu c f wie die Seite a b zu a c und wie sich verhält c d zu a d, so verhält sich b c zu a b &c.

Zweyte Zusatz.

Wenn die drey Linien nach der vorhergehenden Eigenschafft gezogen werden / so zerschneiden sich solche in g, welches das centrum des in dem Triangulo beschriebenen circuls ist.

Wann

d c. de même la moitié si long que. d b. & d c egal $\frac{1}{4}$ a d; dans ce recontre. d. seroit le Centrum Reflectionis, dans la Parabele &c.

85. PROP.

Quand à un Triangle d'Angle aïgue. a b c. hors de l'Angle Aïgue. b. tombe une ligne perpendiculaire. b d. sur l'alongée. a c. elle est une semiordinata d'une Hyperbelé. c. vertex & a c. l'Assieu en de hors. FIGUR. 54

86. PROP.

Quand à un Triangle. a b c. l'Angle prés de. b. est au dessous de 90. degrés, & que la ligne perpendiculaire b d. tombe dessus & que l'on transporte la petite partie. c. d. hors de. d en e. d b. est une semiordinata. e. vertex. e a. l'Assieu en de hors à une hyperbelé; Mais lors que d. tombe au milieu de. a c. elle n'est plus hyperbele. FIG. 55.

87. PROP.

Lors qu'a un Triangle. a b c. l'Angle prés de. b. & au dessus de. 90. degrés, & hors de b. tombe une ligne perpendiculaire sur la Base. a c. & que l'on partage en deux partiés egalles la Base prés de d. & que l'ontire de demie Cercle. a f c.; & qu'on alonge. b e. en f. & tire de cêt endroit une ligne au Centre. d. & de celle cy, hors de. b. une Parallele sur. a c. en. g., b g. est dans l'Ellipsis, la moitié du petit, & a c. le grand Diametre. b e. une semiordinata; Mais si, a b, &. a c. sont egaux. b e. tombe au milieu; a c. & dela vient que. b e. est la moitié du petit Diametre. Mais lorsque l'Angle pres de. b. contient. 90. degrés, ou moins, elle n'est plus Ellipsis. FIG. 56.

88 PROP.

Quand hors d'un Triangle Rectangle. a b c. tombe la ligne perpendiculaire, hors de l'Angle droite, prés de. b. en d. & que l'on alonge. a c. en. e. & qu'on racourcit. a c. en. f., c. est vertex, c d. Absciffe d'une Parabele; a c. le grand Diametre d'un Ellipsis. a f le Diametre en de hors, ou le de hors de l'Assieu d'une hyperbele f, vertex; Mais. b c une semiordinata de toutes les trois Sections. FIG. 57.

89. *PROP.*

Lors qu'a un Triangle, l'on tire des lignes hors des Angles, sur leurs côtez, vis à vis, d'une maniere que l'Angle soit partagée en deux partiés egalles, chaqne ligne coupe le côté à proportion, que les deux côtez sont qui font l'Angle, hors de la quelle la ligne est tirée. FIG. 58.

1. SUPPLEMENT.

Que le Triangle soit. a b c., & que l'on tire hors de l'Angle. a. la ligne. a f. hors de l'Angle. b. la ligne. b d. & hors de l'Angle. c. la ligne. c e., la partie b f. est à c f. comme le côté. a b. à a c., Et demême qui est, c d. à a d. ainsi est, b c. à a b. &c.

2. SUPPLEMENT.

Lors qu'on à tire les trois lignes, suivant la precedente proprieté, Elles se coupent en. g., lequel est le Centre du Cercle marqué dans le Triangle.

90 Eigenschafft.

Wann an einem Triangulo jede Seite in zwey Theile getheilet/ und
FIGUR. 59 dahin aus dem gegen über stehenden Winckel Linien gezogen werden/ so zertheilen diese Linien den Triangul in 6 gleiche Theile.

91. Eigenschaft.

Diese Linien a f, b d und c e zerschneiden sich in dem punct g, und wenn
FIGUR. 59 man aus diesem punct auf jede Seite eine perpendicular-Linie fället/ so verhalten sich diese perpendicular-Linien gegen einander/ wie die drey Seiten des Trianguli, nemlich/ wie a b zu a c so g h zu g k, wie a c zu b c so g i zu g h &c.

92 Eigenschafft.

FIGUR. 60 Wann in einem Triangulo a b c die drey perpendicular Linien b d, c e und a f gefället werden/ so zerschneiden sich solche in einem punct bey g.

93 Eigenschafft.

Wenn man einen Triangul a b c in einen andern von gleichen Inhalt
FIGUR. 61 verwandeln soll/ dessen Basis und perpendicular den beiden Linien A und B an proportion gleich ist/ so suchet zwischen a c und der halben perpendicular Linie b d nach dem dritten Lehrsatz der 23 Figur, die mittel proportionirte Linie c e, traget jetzt gefundene Linie aus c in f, ziehet f e, und suchet nach der 61 Eigenschafft Figur 48 zu den Linien A, B und e f die vierte
FIGUR. 62 proportionirte Linie folgender Gestalt; ziehet eine Linie g n richtet auf derselben die perpendicular Linie i k auf/ traget die Linie A aus i in g, die Linie B aus i in l, und die Linie f e aus i in m, ziehet auff die Linie g m die perpendicular Linie m n, theilet l n in zwey gleiche Theile in o, ziehet daraus den halben Circul l p n, so ist p i die perpendicular Linie zu dem gesuchten Triangul, ziehet aus g den puncten l p eine parallel in q, so ist i q die Basis, aus diesen zwey gefundenen Linien könnet ihr unter einem beliebigen Winckel den Triangul beschreiben/ dessen Höhe und Basis in begehrter proportion stehen.

Zusatz.

Wollet ihr aber einen Triangul in einem andern verwandeln/ der an Li-
FIG. 63. nien und Winckeln/ wie ein ander gegebener Triangul, proportioniret ist/ so nehmet des gegebenen Trianguls perpendicular und Basi zur proportion an, und procediret wie in verhergehender Figur, so werdet ihr/ wann der Triangul e f g in die proportion des Trianguli a b c soll verwandelt werden/ den Triangul h k c oder l m n finden/ dessen Basis l n sich zu der perpendicular m o, verhält/ wie die Basis a c zu der perpendicular b d, und weil h k mit a b parallel ist/ so seyn auch die Winckel bey a und l, b und m, c und n einander gleich/ und ist geschehen was verlanget war.

94. Eigenschafft.

Wann ein irregularer Triangul a b c in einen Regularen soll verwandelt
FIGUR. 64 werden/ der mit ihm einerley Inhalt habe/ so beschreibet auf die gröste Seite a c einen regularen Triangul a d c, werffet über a d einen halben Circul, ziehet aus b mit a c die parallel b e, auff den punct e richtet eine perpendicular Linie e f auff/ ziehet a f zusammen/ so ist solche die Seite eines regularen Trianguli der dem Triangul a b c am Inhalt gleich ist.

Wann

90. *PROP.*

Lors qu' à un Triangle, l'on partage chaque côté en deux parties, & que l'on tire des lignes hors de l'Angle vis à vis, ces lignes Pattagent le Triangle en. 6. parties egalles. FIGUR. 59

91 PROP.

Ces lignes. a f. b d. & c e. ſe coupent au point. g. & lors que hors de ce point, tombe ſur chaque côté une ligne perpendiculaire, ces lignes perpendiculaires, ſe raportent l'une à l'autre, comme les trois côtez du Triangle, ſçavoir, comme, a b. à a c. & g h. à g k. comme. a c. à b c ainſi g i. à g h. &c. FIG. 59.

92. *PROP.*

Lors qu'a un Triangle. a b c. tombent les trois lignes perpendiculaires b d. c e. & a f. elles ſe coupent à un point prés de. g. FIG. 60.

93. *PROP.*

Lors qu'on veut changer un Triangle. a b c. dans un autre de la même conſtruction, que ſa Baſe & les deux lignes perpendiculaires. A & B ſojent d'egalle proportion. Cherchez entre. a c. & la moitié de la ligne perpendiculaire. b d. Selon le troiſiéme enſeignement de la 23. Figure. Le milieu de la ligne proportionnée. c e. transportez la ligne qu'on vient de trouver de c. en f. tirés. f e. Et cherchez, la quatriems ligne proportionnée ſelon la 61, Prop. Fig. 48. la ligne. a b & e f. comme il ſuit; Tirés une Ligne. g n. dreſſés ſur ladite, la ligne perpendiculaire. i k., Transportez la ligne A. hors de i dans g. la ligne B. hors de i en l, & la ligne; f e; de i en m. tirés ſur. g m. la ligne perpendiculaire. m n, partagez, l n. en deux parties egalles, tirés hors de o. le demie cercle. l p n; p i. éſt la ligne perpendiculaire pour le Triangle deſiré, tirés hors de g. le point. l p. une parallele en q, i q. eſt la Baſe, hors de ces deux lignes trouvées, vous pouvez d'ecrire à votre volonté un Angle, au Triangle, qui ſoit de la hauteur & Baſe, de la proportion deſirée. FIGUR. 62

SUPPLEMENT.

Voulez vous changer un Triangle à un autre, qui ſoit proportionné en Lignes, a Angles, comme l'autre Triangle, prenés la perpendiculaire & Baſe du dit Triangle à proportion, & procèdez comme à la figure precedente; ſi le Triangle. e f g. doit étre changé proportion du Triangle. a b c vous trouverez le Triangle h k c. ou. l m n, ſa Baſe. l n. ſe raporte au perpendiculaire. m o, comme la Baſe a c., à la perpendiculaire. b d, & parce que h k. eſt avec. a b. Parallele, les Angles prés de. a. l., b. m, c. & n. ſont auſſi egalles l'une à l'autre, ainſi ce qu'on deſiroit eſt fait. FIG. 63.

94. PROP.

Quand un Triangle Irregulier. a b c. doit être changé à un Regulier, qu'il aye le même contenu que lui, décrivez ſur le grand côté. a c. un Triangle Regulier. a d c., jettés ſur. a d. un demie cercle, tirés hors de. b. avec. a c. la Parallele. b e. ſur le point. e; dreſſés une ligne perpendiculaire. e f., tirés. a f. enſemble, cela eſt le côté d'un Triangle Regulier, qui eſt égal au contenu Triangle. a b c. FIGUR. 64

Quand

Zusatz.

Wann auf d f ein regularer Triangul beschrieben wird/ so ist solcher gleich
Fig. 64. dem Inhalt der differenz des trianguli a b c, und a d c, hieraus folget/ daß die Regularen Trianguli die auf die Linien a f und d f beschrieben werden / dem regularen Triangulo a d c am Inhalt gleich seyn.

95. Eigenschafft.

Wolte man aus zwey ähnlichen Triangulis a b c und d e f, einen andern
Fig 65. ähnlichen Triangulum machen der beiden an Inhalt gleich ist / so stellet auff b eine perpendicular Linie / traget darauf die Seite e f, in g, so ist g c eine Seite des trianguls, so gesuchet wird.

Zusatz

Verlängert b c biß genug ist / traget g c aus c in i, ziehet aus i mit a b eine parallel auff die verlängerte Basin a c in h, so ist h i c ein Triangul der so groß ist / als der triangul a b c und d e f, welcher auch an Seiten und Winckeln diesen beiden triangulis der proportion nach gleich ist.

Anmerckung.

Solten aber zwey triangula, welche an proportion einander ungleich/ addiret werden: so verwandelt / nach der 93 Eigenschafft der 63 figur welchen ihr wollet / in die proportion des andern / und verfahret wie oben.

96 Eigenschafft.

Will man aber einen Triangul von dem andern abziehen / deren Seiten
Fig. 66. und Winckel an proportion einander gleich seyn / so verfähret man also; Es sey der grosse Triangul a b c, der kleine d e f ziehet über die Seite b c einen halben circul, traget f e, aus b in g, so ist g c, die Seite des gesuchten restirenden trianguls, beschreibet nach dem Zusatz der 95 Eigenschafft / den triangulum c h i, so ist geschehen was man verlanget. Wären aber die triangula einander an proportion der Seiten und Winckeln ungleich/ so verfähret man wie bey der Anmerckung der vorhergehenden Eigenschafft.

97 Eigenschafft.

Figur. 67. Wann ein Triangulum soll gemacht werden / der/ zum Exempel/ am Inhalt 10 mahl grösser/ auch an Linien und Winckeln so proportionirt ist / als ein anderer vorgegebener Triangul c b a, so thut ihm also; ziehet durch den punct c eine Linie c d, die mit der Linie c b einen rechten Winckel machet / verlängert b c, und traget diese c b aus b in e, traget ferner c e aus c in f, und die Distanz f e aus c in g, so ist c g die Seite eines Trianguls, welcher Acht mahl so groß ist/ als der Triangul a b c, machet h c gleich der Linie b c, traget die Distanz h g aus c in i, so ist h i die Seite eines Triangels, der 9 mahl so groß ist als der Triangul a b c, endlich traget die Distanz h i aus c in k, so ist k c die Seite des Trianguli, welcher 10 mahl so groß ist als der Triangul a b c, wollet ihr den triangul beschreiben/ so verlängert die Seite a c, biß genug ist / ziehet aus k der Seite a b eine parellel, solche durchschneidet die verlängerte a c in l so ist c k l der verlangte Triangul.

98. Eigenschafft.

Wollet ihr aber wissen wie offt ein Triangul in einem andern/ der diesen an Linien und Winckeln gleich proportionirt/ enthalten ist/ so verfahret also; Es sey der triangul c k l welcher durch den Triangul a b c, sol dividiret werden/ traget b c aus G in H, c k aus G in J, und b c aus J in K ziehet aus K dem puncten H uñ J eine parallel in L, so giebt H L die gesuchte proportion, denn wie sich verhält H L zu G J so verhält sich der Inhalt des Triangels a b c, zu dem Inhalt des Triangels c k l.

Wä-

SUPPLEMENT.

Quand on dêcrit ſur. d f. un Triangle Regulier, il eſt egal au conte- nu de la Difference, du Triangle. a b c. &. a d c., il' s'en Suit, que les Triangles Reguliers qui ſeront dêcrits, ſur les lignes. a f. & d f. ſojent egaux au contenu du Triangle Regulier. a d c. FIGUR. 64

95. *PROP.*

Veut-on faire à deux ſemblables Triangles. a b c. &. d e f un autre triangle qui leur ſoit ſemblable en contenu, dreſſez ſur. b. une ligne perpendiculaire, transportez la deſſus le côté, e f, en. g, ainſi g c eſt un côté du triangle que l'on cherche. FIG. 65.

SUPPLEMENT.

Alongez. b c. jusque qui ſoit aſſez transportez. g c. de c. en. i., tirés hors de. i. avec. a b. une Parallele, ſur l'alongée Baſe. a c. en. h., il ſera. h i c. un Triangle, qui eſt ſi grand, que le Triangle. a b c. & d e f; lequel auſſi eſt egal & proportionné, en côtez, & angles, aux deux Triangles;

REMARQUE.

Doit on additionner deux triangles, lesquels ſont inegaux en proportion l'un de l'autre, changez, ſelon la 93. propr. là 63. Figure, que vous voulez avoir à proportion de l'autre & faites comme ſi deſſus.

96 *PROP.*

Veut-on retirer un triangle l'un de l'autre, qui ſojent egaux en proportion des côtez & d'Angles, faites ainſi. Que le Triangle ſoit. a b c; Le petit. d e f. tirés ſur le côté. b c. un demie cercle, transportez. f. e. de. b. en. g. il ſera. g c. le côté recherché du triangle reſtant, dècrivez, ſelon le Supplement de la 95. Prop., du triangle c h i. ce que l'on Souhaite ſera fait. Mais ſi les Triangles etoient inegaux, en proportion, côtez & Angles, l'on Procede comme aux deux Remarques de la Prop. precedente. FIG. 66.

97. *PROP.*

Lors qu'on doit faire un Triangle; Par Exemple, qu'il ſoit 10, ſois ſi grand à proportion, en lignes, & Angles, qu'un autre Triangle c b a, faites ainſi: Tires au travers du point c. une ligne. c d. qui faſſe un Angle Rectangle, avec la ligne c b., alongez. b c. & transportez ce. c b. de b. en e., transportez encore c e de. c. en f. & la diſtance f e. de c en g. ainſi. c g. eſt le côté d'un Triangle, lequel il eſt huit fois ſi grand, que le Triangle. a b c. faites egal. h c. à la ligne. b c., transportez la diſtance. h. g. de c. en i., ainſi. h i. eſt le côte d'un Triangle qui eſt 9. fois ſi grand que le Triangle. a b c. en fin transportez la diſtance. h i. de c. en. k. k c. ſera le côté du Triangle lequel il eſt 10. fois ſi grand, que le Triangle. a b c., voulez vous décrire le Triangle, alongez le côté. a c, jusque qui ſoit aſſez, Tiune Parallele de k. du côte. a b. laquelle coupe l'alongée a c. en l ainſi a k l. eſt le Triangle deſiré. FIG. 67.

98. PROP.

Voulez vous Sçavoir, combien de fois eſt contenu un Triangle à un autre qui à la même proportion de celui cy, en lignes & Angles, faites comme ainſi. Que le Triangle. c k l. ſoit celui qu'on doit diviſer par le Triangle. a b c. transportez. b c. de G en H, c K. de G en J. & b c de J. en. K. Tirés de K. le point. H J. une Parallele en L ainſi H L. donne la proportion qu'on cherche, car comme. H L. ſe raporte à G J. de même le contenu du Triangle a b c. ſe raporte au contenu du Triangle, c k l.

Anmerckung.

Wären aber die Trianguli einander an proportion nicht gleich / so muß einer in die proportion des andern verwandelt werden.

99 Eigenschafft.

Wann man an statt einer Quadrat Ruthen oder Schuh / zum Maaß einen Triangul annimmet / der mit einem andern / aus welchem man Radicem triangulorum extrahiren wolte / einerley proportion habe / so haben die Triangula die Eigenschafft / wie die Quadrata ; dann man theile jede Seite des Trianguli a b c, in 5 gleiche Theile / und ziehe die Theile wie die Figur weiset / zusammen / so wird man zum Inhalt das quadrat von 5 finden nemlich 25 diese 25 Triangula haben die proportion an Seiten und Winckeln mit dem grossen Triangulo gemein / woraus erhellet daß man auch aus einem Triangulo Radicem triangulorum extrahiren und wiederum die Wurtzel zu einer Dignitæt erheben kan.

FIGUR. 68.

100 Eigenschafft.

In dieser hunderten und letzten Eigenschafft will ich denen Herrn Ingenieurs das Fundament des von Jhro Hoch Fürstl. Durchl. Meines Gnädigsten Fürsten und Hern / sehr curieux inventirte Instrument wodurch Dieselben aus einer Distanz alle Höhen / Weiten / Breiten und Tieffen Messen / cõmuniciren.

Es sey der quadrant a b c, dessen Seite / oder Radius a c in d verlängert / auf den andern aber in b der Tangens b e, gestellet ist / nun ist bekandt / das der Tangents des Winckels von 90 Grad in infinitum gehet / und sich der Linie a d niemahls um das allergeringste nähert / so bald aber der Winckel bey a unter 90 Grad ist / zum Exempel 80 Grad / so zerschneidet der Tangens f d die Linie a d, in d. lasst aus dem rechten Winckel bey f die perpendicular Linie f g fallen / so ist solche die mittel proportionirte Linie zwischen a g und g d, derowegen ist a g in g f, so viel mahl enthalten / als f g in g d, der Winckel a f d ist ein rechter Winckel / in gleichen der Winckel a g f, daraus folget / daß der Winckel a g f dem Winckel g f d, auch der Winckel a f g dem Winckel g d f gleich seyn müsse / und endlich / daß der Triangul a f g mit dem Triangulo g f d an Linien und Winckeln einerley proportion hat / und man also sagen kan ; wie sich verhält a g zu a f, also verhält sich g f zu a d, der Winckel b a f, oder a f g ist bekandt und dem Winckel bey d gleich ; wann ihr nun den Sinum dieses Winckels von dem Sinu Complementi abziehet / den Rest in den Tabulis der absolut Zahlen auffsuchet / so werdet ihr dabey stehen finden / wie offt die Linie a f in f d, oder die Linie f g in g d enthalten ist / zum Exempel / der Winckel b a f ist 10 Grad / dessen Sinus ist 9.239670 2. der *Sinus* complementi ist 9.993351 5. von einander abgezogen bleibet Rest, 0.753681 3. verwandelt den indicem in 3 damit ihr den *Logarithmum* desto genauer findet / so stehet dabey 5671 das ist $5\frac{671}{1000}$ / so offt steckt die Länge a f in f d oder die Länge g f in g d.

FIG. 69.

Zusatz.

Hiermit achte ich denen Herrn Liebhabern der Mathematique von dem Fundament des curieusen Instruments genug gesagt zu haben / die structur desselben aber verspare / biß ich / so GOtt Zeit und Gesundheit verleihet / die Eigenschafften der Triangulorum fortsetze.

ENDE der 100 Eigenschafften.

REMARQUE.

Mais si les Triangles n'etoient point egaux en proportion l'un l'autre, il faut changer l'un, à la proportion de l'autre.

99. *PROP.*

Quand on prend au lieu d'un quarré verge,ou pied,un Triangle pour messure, qui à la proportion egalle avec un autre, hors du quel l'on veut extraire Radicem Triangulorum, les Triangles ont la proprieté, comme les quarrés; car l'on partage chaque côté du Triangle. a b c., Par Exemple en cing parties egalles , & l'on tire ensemble les parties, comme la figure enseigne,on trouvera au contenu des quarrés 5. Sçavoir 25. ces 25. Triangles ont la proportion, en côtez, & Angles avec le grand Triangle commun , ou je tien qu'on peut aussi extraire d'un Triangle Radicem Triangulorum, & hausser derechef la Racine à une Dignité. FIG. 68.

100. *PROP.*

Dans cette Centième & derniere Prop. Je veux communiquer à Messieurs les Ingenieur le Fondement de ce curieux & nouvellement Inventé Instrument de SON ALTESSE SERENISSIME MONSEIGNEUR, par lequel l'on peut Messurer d'une Distance toutes les hauteurs, longueurs, *L*argeurs & profondeurs.

Que le quadran a b c,soit Son côte, ou demie Diametre. en c. alongé en d, mais sur l'autre en b. est dressé le Tangens. b e. eh bien il est evident , que le Tangens de l'Angle; va de 90. degrés à l'infini,& que jamais il ne s'approche de la moindre chose de la ligne. a d. mais aussi tôt que l'Angle prés de. a. est au dessous de 90. degrés, Par Exemple 80. degrès le Tangens f d. coupe la ligne a d, laissez tomber de l'Angle Rectangle prés de f la ligne perpendiculaire. f. g. elle Sera le milieu de la ligne proportionnée, entre a g & g d, C'est pourquoi. a g. est en g f autant de fois contenu, que f g. en. g d., l'Angle. a f d. est une Rectangle, de même l'Angle. a g f., il s'en suit que l'Angle. g a f. de l'Angle g f d, aussi l' Angle a f g, l'Angle. g d f. doivent être egalles, afin, que le Triangle. a f g. aye une egalle proportion, en lignes, & Angles avec le Triangle. g f d. & que l'on puisse dire; Comme se raporte a g. a. a f.,ainsi se raporte. g f. à. a d. l'Angle. b a f. ou a f g. est connuë, & l'Angle prés de. d. aussi; Quand donc vous rabattez, le Sinum de cette Angle, du Sinu Complementi,& que vous cherchez le reste dans les Tables des nombres absolus , vous trouverez auprés. Combien de fois la ligne. a f. en f. d. ou la ligne f g en g d. est arretée ; Par Exemple l'Angle b a f. est 10. degrés, son Sinus est 9.2396702. Le Sinns Complementi est, 9.9933515. tirés les l'un de l'autre , Reste 0.7536813, changez l'indice en 3., afin que vous trouviez au plus juste le Logarithme, il est auprés 5671. cela est $5\frac{671}{1000}$ aussi Souvent est la longueur a f en f d. ou la longueur g f en. g d. FIG. 69.

SUPPLEMEMT.

Je croy en avoir dit assez, à Messieurs les Amateurs de Mathematique, touchant le Fondement du Curieux Instrument. Mais la structure du dit, je la reserve jusqu'a ce que j'aye pour suivi les proprietez du Triangle, si Dieu me donne le tems, & la Santé.

FIN DES 100. PROP.

Unerachtet aller gebrauchten Vorsichtigkeit sind doch folgende Fehler zu corrigiren geblieben.

Pag:	Linie	Fehler.	Wie sie zu ändern.
6	33	basil	Basi.
8	15	a b. c f	a c. b f
	42	Seiten	Seite
	13	3 19 4′	3 1°9 4′
22	14	1567	1597
24	21	b	a b
	22	b c (a	a c
	26	a c (1	a b
26	13	d e	d c
28	12	b d	d f
	28	a d	d f

Pag:	Linie	Fehler.	Wie sie zu ändern.
6	21	Eigenschafften	Eigenschafft
	30	e d	e d c
	—	Fig: 41 (a	Fig.45.
	5	k l	k. l
38	11	d. k. l und m	d k, d l und d m
—	11	f o	f l
42	13	f o	f l
—	16	aus c	aus b
44	20	a b	a c
—	37	h i	c i
48	18	Inventirte	Inventirten
50	—	Fig;69.	tab: 8. Fig; 69.

Erreurs qu'on à fait à l'imprime & l'on peut corriger comme s'enſuit.

Page	lignes	Fautes	comme on doit changes.
3	21	cf	fg
5	43	g c	g e
7	10	d b c	d b e
	33	a b c	a c b
	11	d c	detrop
21	19	d e. en l	d c. de. d. en h
	7	b	b c
	9	b e	b c
23	12	a c	a e
	13	3. 19′4″	31. 9′4″
	26	a c	a e
	29	b	b c
25	30	214	14
	32	b c	b e
	40	a a	
	12	d e	d c
	19	d x	d f
27	29	Triangle Rectangle	Triangles Rectangles e d c
	40	b c	a c
	15	b e	b c
	17	b c. c	b e
29	27	a d	f d
	28	a c c	a c b.
	33	d e	d c

Page	lignes	Fautes.	comme on doit changes.
31	27	2. 112713	2. 1172713
	33	9810359	9. 8103159
	35	19275772	I. 9275872
	44	48	8.4′
	17	aprés 10.0000000.	lisés 10.0533740
33	20	g	9
	24	l	b
	17	40	25
	22	d c	a d
35	34	b c	b e
	37	g e	g c
	13	g e	g c
	18	c l	e l
37	22	g f	g h
	26	b d	c d
	11	a c	a e
39	17	d k l & m	d k. d l & d m
	3	de en q	de d. en q
	10	l g	l q
43	12	f o	f l
	13	f o	f l
	18	q r	o r
45	29	ad	
	37	b c	b d
49	41	h i	c i
		a k l	c k l

An die Herren Ingenieurs, MESSIEURS.

DJe Unvollkommenheit unserer Fortification ist nicht allein denen bekandt/ die täglich damit zu thun haben/ sondern es bezeuget solches auch die Erfahrung/ denn wo ist eine Vestung zu finden/ die vermögend wäre sich der Gewalt unserer jetzigen Artillerie ein Jahr zu widersetzen? Und ob sich gleich die erfahrensten Ingenieurs und andere gelehrte Mathematici aufs äusserste bemühet/ die Mängel der Fortification aus dem Wege zu räumen/ so haben sie sich doch damit müssen begnügen lassen/ daß sie solche nur in ein und andern Stücken verbessert/ keines weges aber an die Vollkommenheit gedencken dörffen. Von denen Manieren der jetzigen Fortification gefället mir noch am besten Blondels und Coëhorns, und ob solche gleich kostbar zu erbauen seyn/ so können sie dagegen auch gute Dienste thun/ sonderlich wenn bey dem Ersten die mittelste Flanque weggenommen/ und die übrigen nach denen Maximen der Defension rengiret werden; Vaubans Manier kostet in Ansehung der vorigen wenig/dagegen ist sie auch nicht vermögend sich lange zu defendiren/ und sonderlich bey seiner ersten Manier, alwo man nicht ein einziges Werck findet/ das der Feind von aussen nicht beschiessen könne/ welches ich für den grösten Fehler in der Fortification halte/ denn wenn der Mousquetier den Kopff nicht frey hat/ ist der Schuß vergeblich/ welches die Erfahrung bezeuget. Nach Rimplers Meynung einen Ort zu bevestigen/ wird in unterschiedlichen Büchern davon geschrieben/ wenn ich aber erwege/ daß gedachter Hr. Rimpler schreibet/ es wäre ein grosser Fehler/ daß die gantze Vestung verlohren gienge/ wenn der Feind eine Bastion einbekommen/ welches so viel ist/ als daß der Feind von dem Platz nicht ehender Maître seyn müsse/ bis er alle Wercker mit Gewalt eingenommen hätte/ so zweiffle ich/ ob dergleichen Bau ins Werck zu richten. Mir hat zwar des Hrn. Sturmii Invention wohl gefallen/ allein sie hat nicht ein einziges Zeichen einer vollkommenen Vestung/ wie sie Rimpler haben wil. Ich habe bey etlichen Jahren her über das Rimplerische raisonnement viele Speculationes gehabt/ an statt ich aber vermeynet etwas Gutes heraus zu bringen/ brachten mich endlich die Gründe der Mathematique und Fortification auf die Gedancken/ daß dasjenige/ was Rimpler gewolt/ und ich gesuchet/ gar nicht in der Natur sey/ halte ich also für das Beste/ daß wir bey der gewöhnlichen Bevestigungs-Art verbleiben/ und nur suchen/ wie nachgesetzte Puncta noch besser ins Werck zu richten seyn.

1. Daß dem Feind das schnelle Anrücken verbotten seye.
2. Die Vestung also anlege/ daß der Feind das Hauptwerck nicht sehen/ und also solches auch nach gerader Linie nicht beschiessen könne.

3. Daß

A Messieurs les Ingenieurs, MESSIEURS.

LES Imperfections des Fortifications d'apresent ne sont pas seulement connuës des gens qui les pratiquent, mais aussi l'experience leur fait connoître ce qui en est, car ou se trouvera t-il au jourd'hui une forteresse qui soit capable de resister pendant une année aux Efforts de nôtre Artillerie, & quoi que les Ingenieurs les plus experimentez, & des sçavants Mathematiciens ajent pris tous les soins possibles de corriger tous les defauts de la Fortification il à falù qu'ils se sojent contentez de les corriger dans quelques unes de leurs parties, bien loin de s'imagines de les rendre parfaites. De toutes les manieres des Fortifications d'apresent celle de Blondel, & de Coëhorn, me semblent étre les meilleures, quoi qu'elles sojent Magnifiques à bâtir, elles peuvent rendre aussi des bons services. Particulierement si l'on retranche du premier, le flanc du millieu, en rengeant le reste selon la maxime de la defention. La Maniere de Vauban coute fort peu en comparaison de celle si dessus, mais elle n'est pas aussi capable d'une longue defence sur tout suivant sa premiere maxime ou il n'y à pas un seul ouvrage qu'il ne puisse être bâtù du dehors, ce que je regarde pour le plus grand defaut d'une Fortification, car lors que le Soldat n'a pas la tête franche pour tirer, son coup & inutille comme l'experience nous fait voir. Selon le sentiment de Rimplers pour fortifier, une place on le trouve écrit dans divers livres, Mais lors que je considere ce que ledit Rimpler marque dans ses écrits, que c'est un grand defaut lors qu'une fortereste est obligée de se rendre lors que l'Ennemi à pris un de ses Bastion, voulant dire parla que l'Ennemi ne devroit pas être maître de la place qu'aprés avoir pris tout ses ouvrages à force d'armes, ce que je doute qu'on puisse mettre de tels ouvrages en œuvres, toute fois il est vrai que les Inventions du Sr. Stürmii m'ont bien agrée, mais elles n'ont aucune forme d'une parfaite fortereste, comme le Sr. Rimpler pretend. Il est vrai que depuis plusieurs années j'ai fait des reflections sur les discours du Sr. Rimpler, crojant d'en tirer quelque bonne idée, mais ajant consideré quelque fondement de Mathematique & de la Fortification, j'ai reconnu que ce que le Sr. Rimpler pretend, & ce que je cherchois ne se trouve point dans la Nature. Je croi dont que le plus seur est, que nous restions à nôtre coutume ordinaire de fortifier, & que nous tachions de pouvoir perfectionner les ouvrages, selon les points suivants:

1. De pouvoir empecher l'Ennemi de s'approcher facilement de la place.
2. De situer la fortereste d'une maniere que l'Ennemi ne puisse pas voir les principaux travaux qui sont en dedans, & aussi qu'il ne puisse pas la canoner à droite ligne.

3. Qu'on

3. Daß die Aussen-Wercke gute Contra-Batterien abgeben können.

4. Daß wann der Feind ein Aussen-Werck einbekommen/ er darauf keine Erde finde/ um sich zu logiren/ ohnerachtet das gantze Werck von Erde erbauet ist.

5. Daß man den Feind auf dem eroberten Wercke wenigstens aus 8. bis 10. Orten gantz frey ohngezwungen/ auch ohne Gefahr/ perpenticulariter bestreichen könne.

6. Daß man zum wenigsten die Bastions mit guten Souterains versehe/ woraus nicht allein der Feind incommodiret / sondern ihm auch die Gelegenheit zum miniren benommen werde.

7. Daß die Bastions also angeleget werden/ daß wenn solche der Feind mit sehr grossem Verlust einbekommen/ man dennoch einen honorablen Accord erlangen könne. Ich meines Orts habe meine müssige Zeit ohne darauf zu speculiren/ nicht wollen vorbey lassen/ sondern nachdem die Geometrischen Eigenschafften der Triangulorum untersuchet/ bin ich auf die Gedancken kommen/ ob es nicht möglich seye/ auch einen Triangul Royal zu fortificiren / woraus dann nachgehende Erste Figur erwachsen/ und weil ich mir vorgenommen/ diesen bevestigten Triangul denen Herrn Ingenieurs zu communiciren/ um dadurch Gelegenheit zu geben/ weiter nachzudencken/ habe ich auch zugleich durch die andere Figur meine Meynung / wie die Wercke einer ordentlichen Fortification am besten zu rangiren/ mit beyfügen wollen / wobey mir aber nichts anders zu gedencken ausbitte/ als daß meine Intention dahin gehe / die Herrn Ingenieurs hierdurch aufzumuntern / um ihre Gedancken ebenmässig an Tag zu geben / welches/ meinem Begriff nach allein der Weg ist / zu denen der Fortification von GOtt gesetzten Gräntzen oder möglichen Vollkommenheit zu gelangen.

Beschreibung des fortificirten Drey-Ecks.

TAB. III. Num. 1.

Dieses ist auf dreyerley Poligons gezeichnet / als b c. 130°. d e. 140°. f g. 150°. und ist ihre Proportion folgende:

Es sey die Poligon exterieur b c. — —	130°
So ist die Face b h. oder c h. — — — —	20°
Die Flanque h i. — — — — —	20°
So ist die Courtine i i. — — — — —	0′ 0″
Die Breite des Grabens o p. — — — —	55′ 36″
Die Capital-Linie o k. — — — — —	6°
Die Defensions-Linie i k. — — — —	32° 0′
Die Face des platten Bollwercks k l. — —	45′ 0″
Die Flanque l m. — — —	16°
Die halbe Kehl o m. — — —	20°
Der Graben k q. — — — —	13° 30′
Gang der Faussebraye q r. — —	35′ 0″
Deren Brustwehr welche en glacis ablauffet r s. —	25′ 0″
Der Graben s t. — — —	45′ 0″
	95°

Also

3. Qu'on puiſſe faire, des travaux qui ſont en de hors, des bonnes contre-Batteries.

4. A fin que quand l'Ennemi prendroit un de ſes ouvrages en dehors, il ne trouve aucun endroit pour ſy pouvoir loger, quoi que tous ces travaux ſojent fait de terre.

5. Qu'on puiſſe bâttre perpendiculairement l'Ennemi des travaux ſuperieurs, pour le moins de 8. ou 10. endroits ſans s'incommoder, n'y être en aucun danger.

6. Que les Baſtions ſojent pourvûs de bons ſouſterrains, à fin qu'ils n'incommodent pas ſeulement les ennemis, mais ausſi leurs ô tent las occaſions de les miner.

7. Que les Baſtions ſojent ſituez d'une maniere, que quand même l'Ennemi ſ'en ſeroit rendu maître avec grande perte, on puiſſe pourtant encore traitter un accord honorable. Car quand à moi je me ſuis toûjours appliqué à des telles choſes, & emplojé mon oiſivité à rechercher le Triangle, ſuivant la Science de la Geometrie, & j'ai ſongé même s'il ne ſeroit pas poſſible de fortifier un Triangle Rojal, ſurquoi l'on verra à la ſuitte par la premiere figure, & puis que j'ai entrepris de Communiquer ce Triangle de Fortification à Meſſieurs les Ingenieurs, pour leurs donner occaſion de penetrer plus avant, j'ai voulu auſſi dire mon ſentiment comme les ouvrages d'une veritable Fortification doivent être rengez, par la figure ſeconde; ſurquoi je prie Mrs. les Ingenieurs de vouloir auſſi mettre au jour leurs ſentimens, mes diſcours n'étant que le chemin, la perfection etant a Dieu du quel on doit attendre la veritable force de Fortifications.

DESCRIPTION,

des TROIS COINS fortifiez.

CElle cy marqueé de trois ſortes de poligones, comme b c. 130°. d e. 140°. f g. 150°. & ſa proportion eſt ſuivant. TAB. III. Num. 1.

Si la Poligone exterieure b c. eſt	— — —	130°
La Face b h. ou c h. eſt	— — —	20°
Le Flanc h i.	— — —	20°
La Courtine i i.	— — —	55′ 36″
La Largeur du Foſſé o p.	— —	6°
La Ligne Capitale o k.	— — —	32°
La Ligne de defenſions i k.	— —	45′
La Face du Boulevard k l.	— —	16°
Le Flanc l m.	— — —	20°
La demie Gorge o m.	— —	13°
Le Foſſé k q.	— —	0′ 35″
Lentreé de la Fauſſebraye q r.	— —	0′ 25″
Le Parapet qui conduit au glacis r s,	—	0′ 45″
Le Foſſé s t.	— —	95°

Also ist die gantze Breite k t. der Länge der Flanque h i. gleich/ der Wall-Gang der Contregarde wird also angeleget/ daß man darauf gute Contre-Batterien ins Feld haben könne 0 1 5

Und demnach — — — 2 5 1

Die Breite der Brust-Wehr — — 0 1 5

Der Graben vor der Contregarde kan bey y. um mehrere Defension zu haben/ breiter seyn/ als bey x. und also x. — 0 6

y — — — — 0 — 0 7 — 8

Die Breite des Grabens b z. — — 0 8

Welcher nach dem Schulter-Winckel l. gezogen ist l. auf die face bey h, richtet eine perpendicular auf/ solche ist h. 2. setzet aus 1. in 2. 0 20

Aus 2. ziehet eine Linie nach dem Schulter-Winckel l. in 3. so ist 1. 2. 3. die Figur zum Ravelin, traget die Brustwehr auswärts/ dem Wall-Gang aber einwärts/ und so weiter/ so ist das Ravelin fertig/ wollet ihr aber das Ravelin geräumiger haben/ so traget den Wall-Gang auch aus den Linien 1. 2/ 2. und 3. so ists geschehen; um dieses Ravelin ziehet den Graben aussen bey 4. breit — 0 6

Bey 5. aber — — — 0 — 0 7 — 8

Vor das Ravelin leget eine Contregarde, deren Wall-Gang breit ist — — — — 0 1 2 5

Die Anlage der Brustwehr — — 0 1 1 5

Der Graben bey 7. ist breit — — 0 6

Bey 6. aber — — — 0 0 7 — 8

Eben diese proportion haben auch die andern Aussenwercke/ wie aus dem Risse zu sehen ist.

Es sey die Poligone exterieur — 0 140

So ist die Face — — 0 1 22 5

Die Flanque h i. — — — 0 1 22 5

Die Courtine i i. — — — 0 11 560 4

Die Breite des Grabens o p. — — 0 6

Die Capitale o k. — — 0 1 33 5

Die halbe Kehle o m. — — — 0 13

Die Face k l. — — — 0 16

Die Flanque l m. — — — 0 21

Das übrige bleibet alles wie bey der vorhergehenden Poligon, nur daß das Brustwehr der fausse-braye an glacis auslauffet — 0 8

Die Breite des Grabens lauffet aus dem Schulter-Winckel bey h. mit der Defensions-Linie k i. parallel.

Wenn die Poligon exterieur f g. ist — — 0 150

So ist die Face — — — 0 25

Die Flanque — — — 0 25

Die Courtine — — — — 1 56 7

Das übrige ist wie in vorhergehender Poligon.

Die gesenckten Flanquen und kleine Redouten wird Jeder/ der nur ein weniges in der Fortification gethan/ vor sich selbsten anzulegen wissen.

An-

Ainſi toute la largeur de k t. eſt la longueur du flanc h i. de même le Terreplain de la Contregarde doit êtreSitué qu'on puiſſe y avoir des bonnes contre-Batteries pour tirer à la Campagne 0 1
En ſuite — — — 2 5
La largeur du Parapet — — 0 1 5
Le foſſé devant la Contregarde peut être proche y plus large que prés x. pour avoir plus de force ainſi x. — 0 6
y — — — 0 — 0 7 — 8
La largeur du foſſé b z. — — 0 8
Lequel tire du côté de l'Angle du flanc h & fait une perpendiculaire ſur la quelle eſt h 2. mettez 1. en 2. — 0 2 0
Du 2. tirés une ligne du côté de l'Angle du flanc l. en 3. il eſt 1. 2. 3. la figure du Ravelin, transportez le Parapet en de hors, mais le Terreplain, en dedans, & plus outre, le Ravelin eſt fait, voulez vous avoir le Ravelin plus ſpacieux, transportez auſſi le Terreplain hors de la ligne 1. 2, 2. & 3. cela eſt fait, autour de ce Ravelin, tirez le foſſé d hors, il ſera large prés 4. de — 0 6
Mais auprés 5. de — — 0 — 0 7 — 8
Mettez devant le Ravelin, une Contregarde ſi large que le Terreplain — — 0 1 2 5
La largeur du Parapet — — 0 1 1 5
Le foſſé prés de 7. eſt large — — 0 6
Mais prés de 6. de — — 0 — 0 7 — 8
Les autres ouvrages de dehors ont les mêmes proportions, comme on peut voir par le plan
Si la Poligone exterieure eſt — — 0 1 4 0
La face eſt — — — 0 1 2 2 5
Le flanc h i. — — — 0 1 2 2 5
La Courtine i i. — — 0 1 5 6 0 4
La largeur du foſſé o p. — — 0 6
La Ligne Capitale o k. — — — 0 1 3 3 5
La demie Gorge o m. — — — 0 1 3
La face k l. — — — 0 1 6
Le flanc l m. — — — 0 2 1
Le Reſte demeure comme à la precedente poligone, ſeulement que le parapet de la fauſſebraye proche le glacis finit — 0 8
La largeut du foſſé, ſoit de l'Angle du flanc près de h. avec la ligne de Defenſion k i. Parallele
Si la Poligone exterieure f g. eſt — — 0 1 5 0
La Face eſt — — — 0 2 5
Le Flanc — — — 0 2 5
La Courtine — — — 0 5 6 7
Le reſte eſt comme les poligones precedentes
Les flancs enfoncez, & les petites Redoutes, chaque Perſonne qui exerce les fortification doit le ſçavoir conſtruire ſoi même.

Re-

Anmerckung.

Es werden mir zwar die Herren Ingenieurs über diese Bevestigungs-Art insonderheit viererley Einwürffe machen. 1. Daß der Raum inwendig zu klein; 2. Daß die vielen Aussen-Wercke das Werck alzu kostbar machen; 3. Daß die äusserlichen Wercke und zwar in specie die grossen Contregarden vor dem platten Bollwerck zu wenig Defension haben. 4. Daß die Defensions-Linien zu kurtz wären. Darauf dienet zur Antwort: Erstlich/ es ist besser/ daß in einer Vestung weder Häuser/ noch Bürger seyn/ ausser was des Commandanten Logement und andere Gebäude für Ammunition, Proviant und Officiers seyn/ die Gemeinen aber entweder in Casernen, oder in solchen Hütten oder Häusern wohnen/ die im Fall der Noht abgetragen oder abgebrennet werden könten/ um den Platz im bedörffenden Fall zur Defension anzuwenden. Derowegen müsten die Souterains so angeleget werden/ daß die gantze Garnison zur selbigen Zeit darinnen logiren könte. Denn viele Häuser und Bürger in einer Vestung sind dem Feinde mehrentheils zum Vortheil/ ꝛc. Zweytens/ Vestungen werden an einem solchen Ort und zu dem Ende angeleget/ da zum ersten der Feind/ wenn er in ein Land fallen wil/ allerdings passiren müsse. 2. Muß solche capable seyn/ dem Feind/ wo nicht gar zu ruiniren/ doch zum wenigsten/ um ein merckliches zu schwächen/ und eine lange Zeit aufzuhalten/ bis man anderwärts gute Gegen-Veranstaltung gemachet; muß man derowegen um seinen Zweck zu erhalten/ keine Kosten sparen. Drittens halte ich dieses für ein Fortifications-Arcanum, daß man bey Anlegung einer Vestung die Defension entweder zusammen ziehen oder zerstreuen kan/ da ich aber für viel besser halte/ daß man sich an denen Wercken wo der Feind seine Macht gebrauchen kan/ en front defendire/ und die Defension erst starck werde/ wenn die Stärcke des Feindes abnimmet/ das ist/ die Belagerten haben wenig Vortheil/ wañ sie gegen die gantze Macht des Feindes agiren müssen/ denn die Feinde vermögen sich durch ihre force, wo nicht besser/ doch eben so gut als die Belagerten in Vortheil zu setzen/ wenn aber die Wercke also angeleget seyn/ daß der Feind/ je näher er dem Haupt-Wercke kommet/ je weniger seiner force gebrauchen kan/ dagegen aber die force der Belagerten anwächset/ wenn jene abnimmet/ so ist es offenbahr/ daß eine solche Vestung/ alwo die Defension zusammen gebracht/ viel stärcker als eine andere/ alwo die Defension zerstreuet ist. Viertens ist es ohnstreitig daß ein Schuß in die Nähe viel gewisser ist als in die Ferne/ und die Gewißheit des Schusses dasjenige ist/ welches dem Feind den Abbruch thut/ so sollen die defendirende Linien von dem Ort der defendiret wird / weiter nicht wegseyn/ als ein Mousquetier mit der Flinte seinen Mann gewiß fassen/ mithin auch die Kartetschen welche zur Zeit der Bestürmung besser seyn als ein Stillet in der Faust/ den gesuchten Effect erweisen können. Nach diesen Reguln habe sowol dieses Drey-Eck als das fortificirte Acht-Eck Numero 2. eingerichtet / welches denen erfahrnen Hrn. Ingenieurs zu examiniren und zu verbessern anheim gebe. Ich habe den Plan dieses Drey-Ecks mit dem Plan eines Acht-Ecks in klein Royal nach Vaubans manier verglichen und gefunden/ daß dieser 53625. Quadrat-Ruhten in sich hält/ jener aber 50920. und ist dieser mehr nicht als 2705. Quadrat - Ruhten grösser.

No. 2.

REMARQUES.

IL eſt vray que Meſſieurs les Ingenieurs pourront avancer quatre ſujets ſur la maniere de cette fortification. 1. Que l'expace en dedans eſt trop petite. 2. Que la quantité des travaux en dehors rendent cêt ouvrage trop magnifique. 3. Que les ouvrages du dehors & particulierement les grandes Contregardes devant le Boulevard ont trop peu de defence. 4. Que les lignes de defence ſojent trop courtes. Surquoi je repond: Premicrement, qu'il vaut mieux qu'il n'y ait point dans une fortereſſe, n'y Maiſon, n'y Bourgeois, excepté le logement du Commandant, les Magaſins, & pour loger les Officiers, car les Soldats on les loges dans les Caſernes ou autres endroits, à fin qu'en cas de beſoin on puiſſe abâtre, ou brûler leurs demeurances; C'eſt pourquoi il eſt neceſſaire que les ſouterrains ſojent aſſés ſpacieux pour pouvoir loger toute la Garniſon. Car beaucoup de Maiſons, & des Bourgeois dans une fortereſſe, ſont ſouvent un grand avantage à l'Ennemi. Secondement les fortereſſes doivent être Situées dans les endroits. 1. Ou l'Ennemi doit entrer dans un païs, à fin qu'elles puiſſent empecher qu'il n'entre pas. 2. Il faut qu'elles ſojent capables, ſi elle ne peuvent pas ruiner totallement l'Ennemy du moins lui cauſer quelque dommage conſiderable, & l'arreter quelque tems pour donner lieu de prendre des meſſures neceſſaires pour s'oppoſer à lui, c'eſt pourquoi il ne faut par epargner aucune depence pour venir à ſon but. 3. Je tien pour une ſçience de Fortification, lors qu'on ſituë une fortereſſe, de pouvoir Joindre, ou ſeparer ſes defenſions, mais je tien beaucoup meilleur quand on peut defendre en front, le côte ou l'Ennemi peut emplojer ſés forces, & que la defenſion puiſſe ſe renforcer, lors que les forces de l'ennemi diminuent. Les aſſiégez n'ont guere d'avantage lors qui faut qu'ils agiſſent contre toute la force des ennemis, car l'ennemi cherche plus, ou du moins autant ſon avantage, que les aſſiégez. Mais lors que les ouvrages ſont ſituez, que plus l'ennemi s'approche des ouvrages ſuperieurs, moins il peut emplojer ſes forces, mais au contraire celles des aſſiégez augmente du téms que l'autre deminuë, il eſt evident qu'une Fortereſſe dont les ouvrages ſont joints, eſt beaucoup plus forte, qu'une dont ils ſont ſeparez. 4. C'eſt pourquoi il eſt evident qu'un coup tiré de pres eſt bien plus ſeur que de loin, & la certitude des coups, eſt les dommages que les ennemis recoivent. Ainſi les lignes de defenſion ne doivent pas étre éloignées de l'endroit ou l'on doit defendre, a fin que le Soldat puiſſe avec ſon fuſil choiſir, eſt tirer ſeur ſon homme, auſſi du têms d'un aſſaut les carte touches ſont meilleures qu'une bajonnète à la main comme l'experience peut temoigner; Selon cette Regle j'ai compoſé ſi bien les trois Coins fortifiez, que les huit Coins No. 2. les quels Mrs. les experimentez Ingenieurs pourront examiner & reparer s'il le trouvent à propos. Jai confronté le plan de ces trois Coins, & un de huit en petit Rojal, à la maniere du Sr. de Vaubans, & j'ai trouvé que celui cy à 53625. verges quadrat mais l'autre n'a que 50920. dont celui cy eſt plus grand de 2705. verges quadrat.

No. 2.

Nro. 2. Ist ein fortificirtes Acht-Eck dessen Poligone exterieur a b. ist	80
Der Radius — — —	104 5
Die Perpendicular d c. — — —	20
Die Face b e. — — —	20
Die Defensions-Linie f a. — — —	60
Die Flanque e f. stehet auf der Defensions-Linie perpendicular und ist lang — — —	20
Von dieser ist ¾. reteriret — — —	2 5
Das Brustwehr ist starck — —	1 5
Der Raum zwischen dem Brustwehr und Cavallier ist —	3
Der Wallgang hinter der Face ist — —	2
Die Ober-Breite des Grabens — —	4
Dieser lauffet vor dem Travers bis an die Brustwehr der Face, in dieselbe wird 3. Schuh eingeschnitten um zwischen dieser und dem Graben eine Banck von — —	3
Zu ordiniren/ damit sich die Belagerten im Fall der Noht hinter die Traverse retiriren können.	
Auf die verlängete Capital-Linie ist von dem Bollwercks-Punct um die Breite des Grabens zu bekommen/ getragen —	10 5
Kan aber nach Erforderung der Umstände genommen werden	12 — 14
Von da wird gewöhnlicher massen nach denen gegen überstehenden Schulter-Winckeln gezogen/ so formirt sich der Graben/ aus dem Graben-Winckel bey h. werden perpendiculariter in g getragen	22
Aus g. werden zu beyden Seiten gegen die Schulter-Winckel der Bollwercke/ für die Face des Ravelins getragen —	12
Aus diesen Puncten werden gegen die Ende der Courtine die Flanquen bis an den Graben gezogen/ was die Cavalliers, Souterrains, Traversen, Tenaillen, Ausfälle/ Apparellen und Contregarden, &c. anlanget/ wird solche jeder von selbsten zu machen wissen/ nur daß/ wie schon oben gemeldet/ die Contregarden nach ihrer Stärcke also angeleget werden/ daß sie gute Contra-Batterien ins Feld abgeben können.	

Erklärung der Defension.

Gesetzt/ der Feind attaquirte die Contregarde m l. die Linie i b. schneidet von der Seite der Contregarde das Stück l k. ab/	9 4
So wird dieses Stück aus zwey Flanquen von Cavaliers bestrichen	32
Von den Flanquen des Haupt-Walls — — —	40
Von den Flanquen der Tenaillen — —	20
Ist also die gerade Defension — — —	92
Continuiret die Linie l e. in n. so schneidet solche von der Courtine ab/	14
Von der Tenaille. — — —	20
Komt also noch dazu — — —	34
Schiefe Defension das übrige Stück der Contregarde m k. hat gerade Defension, — — —	46
Und schiefe Defension — — —	34

Ohne

No. 2.

Nro. 2.

ESt un huit Coins fortifié, dont ſa Poligone exterieure a b. eſt — — —	80
Le demi diametre — — —	104 5
Le perpendiculaire d c. — —	20
La face b e. — — —	20
La ligne de defenſion f a. — —	60
Le flanc e f. eſt au deſſus la ligne perpendiculaire de defenſion, & il eſt long de — — — —	20
De Celui cy eſt retenu $\frac{3}{4}$. — — —	2 5
Le Parapet eſt fort de — —	1 5
L'expace entre le Parapet & le Cavalier —	3
Le Terreplain derriere la face eſt — —	2
La largeur du haut du foſſé — —	4
Celui cy va devant la traverſe jusqu'au parapet de la face, du quel on coupera 3. pieds, & entre celui cy eſt le foſſé un banc de — — —	1 5
Pour ordonner à fin que dans le beſoin les aſſiègez puiſſent ſe retirer derriere la Traverſe	
Sur la ligne Capitale alongée, il y à du point du Boulevard autour de la largeurs des foſſez — —	10 5
Suivant l'Etât des affaires on peut retrancher — —	12—14
Depuis cêt en droit on tire ordinairement à l'Angle du flanc qui eſt vis à vis, ainſi le foſſé ſe forme du foſſe de l'Angle prés de h. & il y à perpendiculairement au g. — —	22
Des deux côtés du g. vis à vis de l'angle du flanc, du baſtion pour la face au Ravelin — —	12
De ces points on tire du côte du bout de la Courtine du flanc, jusqu'au foſſe. Ce qui regarde les Cavaliers, Soûterrains, Traverſes, Tenailles, Sorties, Apparellen, Contregardes, chacun doit les sâvoir conſtruire, comme ſi deſſus eſt mentionné. Situer les Contregardes ſelon leurs forces, afin qu'on y puiſſe faire des bonnes contre-Batteries pour battre la Campagne.	

Eclairciſement de la Defence.

SUppoſons que l'ennemi attaque la Contregarde m l, la ligne i b coupe du côte de la Contregarde la partie l k. —	9 4
Cette partie peut être batuë de deux flancs du Cavalier —	32
Du flanc du Rempart ſuperieur — —	40
Du flanc de la Tenaille — — —	20
Ainſi la droite defence eſt — — —	92
Continuez la ligne l e, en n, elle coupe de la Courtine —	14
De la Tenaille — — —	20
Il revient à cette partie, defence de côté —	34
La droite defence de la partie reſtante de la Contregarde m k,	46
Et defence de côte — — —	34

Sans

Ohne was von der Face des Bollwercks und Flanquen vom Ravelin geschehen kan/ wann dann dieses Werck so angeleget wird/ daß der Feind keine Mine anbringen/ auch darauf keine Erde zur Bedeckung finden kan/ so ist fast nicht zu glauben/ daß er diesen Posten behaupten kan.

Verhältniß der Radiorum gegen die Poligons von 8o. samt deren Perpendicularen / welche aus der Mitte der Poligon einwärts gefället werden.

Ect.	5	6	7	8	9	10	11	12
radius	6805	80	922	1045	117	1294	1427	1546
Perpendicular.	15	17	185	20	21	22	22	22

Ein Vier-Eck lässet sich nach dieser Manier gar nicht/ und ein Fünff-Eck sehr schwer fortificiren; sonderlich weñ man Cavaliers in die Bastions bringen wil/ es sey dann/ daß bey dem letzten die Facen $\frac{o}{24}$. bis $\frac{o}{25}$. lang gemachet werden/ wobey aber die Flanquen sehr kurtz fallen/ um deren willen doch die gantze Vestung angeleget wird/ wenn man aber die Face 2o. lang machet/ und die Flanquen nicht retiriret (welches ohne dem auch in andern Figuren keine Nohtwendigkeit ist/ indem der Feind solche nicht ehender zu sehen bekommet/ bis er ein Aussenwerck eingenommen/ in diesem Fall aber die Cavaliers viel höher gemacht werden müssen) so lässet sich in 5. Eck das Cavalier mit seinem Graben noch ziemlich gut anbringen/ und wird auch die Flanque $\frac{o}{18}$. lang/ daß man also $\frac{o}{36}$. gerade Defension hat/ ein Vier-Eck aber lässet sich nach Art des fortificirten Drey-Ecks vortrefflich bevestigen.

TAB. V. Ist der Prospect eines gantzen fortificirten Drey-Ecks.

TAB. VI Ist der Prospect des nach meiner Meynung am besten fortificirten Acht-Ecks.

Es ist ohnstreitig / daß man sich aus einer perspectivischen Zeichnung ein viel besseres Concept von der Ordonance der Wercke machen kan/ als aus einem Plan, derowegen habe ich die Mühe daran wenden/ und solche dem geneigten Leser mit beyfügen wollen.

TAB. VII. Nro. 3. Ist der Profil zu Nro 1. von der Mitte des Cavaliers ♀ bis aussen vor die Esplanade ♂ und finde dabey nichts zu erinnern/ als daß die Contregarde so muß angeleget werden/ daß sie den Haupt-Wall des platten Bollwercks bedecken kan/ ihre Höhe bekommet man/ weñ man sechs Schuh über die Brustwehr des bedeckten Weges setzet/ und von dar eine gerade Linie nach der innern Höhe der Brustwehr des Haupt-Walls des platten Bollwercks ziehet/ so schneidet sich die innere Höhe der Brustwehr der Contregarde ab/ wornach alsdann die gantze Contregarde leicht zu construiren ist/ die Redouten können auf dem Horizont oder nur etwas weniges darüber erhöhet werden/ dann wann solche zuviel erhöhet wird/ können die darein Commandirte von der Contre-Batterie oder auch vom kleinen Gewehr von der Contregarde leicht beschädiget werden/ was andere Höhen und auch die Tieffe und Breiten der Gräben betrifft/ bleiben solche bey ihrem ordinairen Maaß/ achte dahero nicht für nöhtig etwas davon zu melden.

Ist

Sans ce qu'on peut faire de la face des baſtions, & du flanc du Ravelin; Si ces travaux ſont ainſi conſtruits, que l'Ennemi ne puiſſe faire aucune Mine, & qu'il ne trouve point de terre pour ſe pouvoir couvrir, il eſt impoſſible, & presque incrojable qu'il puiſſe conſerver ce poſte.

Contenu du Radiorum, contre la Poligon de 8o. avec le perpendiculaire, le quel du millieu de la Poligone doit tomber en bas.

Ed.	5	6	7	8	9	10	11	12
radius	6805	80	922	1045	117	1294	1427	1546
Perpendicular.	15	17	185	20	21	22	22	22

Un quatre Coins ne ſe laiſſe pas fortifier du tout, de cette maniere, & un 5. Coins fort dificillement; Particulierement quand on veut mettre des Cavaliers a des Baſtions, à la reſerve que la face du dernier ne fûſſe faite de $\frac{o}{24}$. à $\frac{o}{25}$. de longueur, mais auprés du quel les flancs ſe trouvent fort courts, ce qui eſt neceſſaire à toute la fortereſſe, mais ſi l'on fait la face de 20. verges de longueur, & que l'on ne retire point les flancs (les quels ſans cela ne ſont point neceſſaires dans les autres figures, puis que l'Ennemi ne ſcauroit les voir qu'il n'aye pris un ouvrage exterieur. Dans ce rencontre il faut que les Cavaliers ſojent faits beaucoup plus hauts) ainſi l'on peut paſſablement bien faire les 5. Coins du Cavalier avec ſon foſſé, & le flanc peut avoir de longueur 16. verges ainſi la droite defenſion eſt de 36. verg., mais l'on peut tres bien fortifier un quatre Coins, à la maniere des trois Coins.

Eſt le Proſpect de tout un fortifié trois Coins. TAB.V.

Eſt le Proſpect, ſelon mon ſentiment, d'un tres bon fortifié 8. Coins. TAB.VI

SAns difficulté l'on peut mieux concevoir par un proſpect l'ordre des ouvrages, que par un plan. C'eſt pour quoi j'ai pris la peine de le faire, pour donner plus d'inteligence au cher Lecteur.

Eſt le Profile du millieu du Cavalier ♀ jusqu'en dehors devant l'Eſplanade ☿ & je n'y trouve rien à remarquer, ſinon qu'il faut que la Contregarde ſoit ſituée d'une maniere qu'elle couvre le Rempart ſuperieur du Boulevard, l'on voit ſa hauteur lors qu'on eſt ſix pieds ſur le Parapet du chemin couvert, dans a. mettez de puis c'eſt endroit une droite ligne du côté de la hauteur en dedans du parapet, du rempart ſuperieur du Boulevard 6. ainſi l'a hauteur du parapet de la Contregarde ſe coupe en dedans, en aprés il eſt facille de conſtruire la Contregarde; Les Redoutes peuvent être ſut ce contenu, ou quelque peu au deſus Elevées, car lors qu'elles le ſont trop, les gens qui ſont commandez en dedans, peuvent recevoir du dommages des contre-Batteries, ou de la Mouſqueterie de la Contregarde. Ce qui regarde les autres hauteurs, comme auſſi la profondeur, & la largeur du foſſé, cela demeure dans leurs meſſures ordinaires, & je ne croy pas qui ſoit neceſſaire que j'en parle. TAB. VII. Nro. 3.

TAB. VIII. Nro. 6. Ist der Profil der Flanque des Haupt-Walls von 24 bis ♄. wobey nichts anzumercken nöhtig / als daß das Cavalier über dem Haupt-Wall gnugsam muß erhöhet werden/ widrigenfals thut solches denen auf dem Haupt-Wall/ sonderlich bey Bestürmung/ grossen Verdruß/ denn ich habe aus eigener Erfahrung/ daß als die Feinde vor Landau 1703. ein Aussenwerck bestürmeten/ haben die Funcken von den Vorschlägen aus denen Stücken so auf der Katze des Haupt-Walls gestanden/ nicht allein das für die Mousquetier in Sand-Säcken herum getragene Pulver angezündet / und viele Mousquetiers entsetzlich zugerichtet/ sondern es haben uns auch die Kartetschen selbsten Schaden gethan/ muß also ein Cavalier sehr wohl ordiniret werden / wañ er geschickt seyn sol gute Dienste zu thun.

TAB. VII. Nro. 4. Ist das Profil von der Courtine ♀ bis zu ☿ in Nro. 2. worinnen das Ravelin von der Contregarde dergestalt bedecket wird / daß man von demselben auf der Brustwehr des bedeckten Weegs gar nichts zu sehen bekoñt.

T. VII. Nro. 5. Ist das Profil der Face von ☉ bis ♂ in Nro. 2. worinnen abermals die Contregarde den Haupt-Wall decket.

T. VII. Nro. 7. Ist zu Nro. 2. das Profil der Flanque von 24 bis ♄.

Zusatz.

Weil die Profile nach der Situation müssen eingerichtet werden / habe ich darüber keine Tabellen anhero setzen wollen; Wer aber die Höhe des Haupt-Walls zu wissen verlanget / kan solches auf dem Maaßstab Tab. 7. wornach die Profile gezeichnet/ abnehmen/ und ist dieser Maaßstab viermal so groß als der auf Tab. 3. nach welchem die Grund-Risse Tab. 3. und Tab. 4. gezeichnet.

Anmerckung.

Es wollen zwar einige Ingenieurs, daß je näher die Wercke dem Centro der Vestung lägen/ je höher müsten sie aufgebauet werden / und im Gegentheil/ je weiter von demselben/ je niedriger/ damit nemlich die inneren über die äussere wegsehen und sie also auch desto besser defendiren können. Mich aber hat die Erfahrung gelehret / daß wañ die hinter einander liegende Wercke über einander hervorragen/ das ist/ wañ die hintern Wercke/ ausgenommen die Katzen / so erbauet werden / daß man dieselben vor der Esplanade alle auf einmal sehen kan/ so hat der Feind 1. diesen Vortheil/ daß wañ die Schüsse auf dem bedeckten Wege zu hoch gehen / so treffen sie das Ravelin oder Contregard, gehen sie über diese beyden Wercke / so treffen sie den Haupt-Wall / mit einem Wort / es können die Belagerer die Wercke an der Vestung alle auf einmal beschiessen/ sind demnach die Belagerten in zwey bis dreyen Wercken in Gefahr/ da sie solche sonsten nur in einem auszustehen hätten. 2. Werden die Brustwehren alle auf einmal ruiniret/ und zwar kan solches geschehen / ehe sich der Feind auf dem glacis einlogiret. 3. Bletbet also denen Belagerten keine Defension mehr übrig / deren sie sich bey Bestürmung eines Wercks bedienen könten; Dañ wañ die Brustwehren ruiniret seyn/ so ist es mit der Defension aus/ bekoñt nun 4. der Feind den bedeckten Weeg ein/ und wil ein Aussenwerck bestürmen/ so pflantzet er Stücke und Mousqueten auf die defendirenden Linien/ so kan er solches ohne sonderliche Gefahr besteigen / und sich nach Wunsch darauf einlogiren. 5. Uber dieses wird kein Vernunfft-Schluß anders fallen/ als daß die Defension aus einem Wercke über das andere weg/ auf das dritte wenig oder gar

nichts

Eſt le Profile du flanc du rempart ſuperieur depuis 24 jusqu'a ♄ ou il n'y à rien à remarquer que le Cavalier ſur le Rempart ſuperieur, dont il faut qu'il ſoit aſſez élevé, car autrement, il incommode fort ceux qui ſont ſur le Principal rempart, comme j'ai veu l'experience du tèms que les ennemis etoient devant Landau en 1703. lors qu'ils donnerent un aſſaut à un ouvrage exterieur, les etincelles du feu des Canons qui etoient ſur le Cavalier du Principal rempart, ſe rependoient de tout côtez, que ceux qui portoient les ſacq' de poudre d'un côté & d'autre en fûrent fort endommagez le feu s'etant mis aux dits ſacqs ou pluſieurs Soldats fûrent mal traitez, les cartetouches firent auſſi du mal. Il faut donc qu'un Cavalier ſoit bien ſitué ſi l'on en veut avoir de bons ſervices. TAB. VIII. Nro. 6.

Eſt le Profile de la Courtine ♀ jusqu'a ☿ au Nro 2. ou le Ravelin eſt couvert de la Contregarde, de telle ſorte que de cét endroit on ne peut rien voir ſur le Parapet du chemin couvert. TAB. VII. Nro. 4.

Eſt le Profile de la face de puis ☉ jusqu'a ♂ au Nro. 2. ou la Contregarde couvre encore le Rempart ſuperieur. T. VII. Nro. 5.

Eſt à Nro. 2. le Profile du flanc, depuis 24 jusqu'a ♄. T. VII. Nro. 7.

Supplement.

COmme les Profiles doivent être faits ſuivant les ſituations, je n'ai pas voulu faire aucune Table ſur ce ſujet. Mais ceux qui Souhaiteront de ſâvoir la hauteur du rempart Capital pourront ſe ſervir de la meſsûre Table 7. ou le profile eſt marqué, & cette meſsûre eſt 4. fois plus grande, que celle de Tab. 3. ſur la quelle les Plans fondementals de Table 3. & Table 4. ſont marquez.

Remarques.

PLuſieurs Ingenieurs veulent, que ſi les ouvrages du centre de la Forteresſe ſont prés l'un de l'autre, ils ſojent d'autant plus haut, & au contraire ſi ſont eloignez, d'autant plus bas, a fin que ceux du dedans puiſſent voir au de la de ceux de dehors, & ainſi ſe pouvoir mieux defendre. Mais quand à moy l'experience ma enſeigné autrement, car lors que les ouvrages dominent l'un ſur l'autre, comme lors que les dernieurs ouvrages ſont exepté les Cavaliers bâtis ſi hauts, que l'on les puiſſe voir tout à la fois de l'Eſplanade, l'Ennemi à premierement cêt avantage, lors que les tireurs tirent trop haut ils rencontrent le Ravelin ou la Contregarde, paſſent-il ſur ces deux ouvrage ils rencontrent le rempart ſuperieur, en un mot les aſſiégeants peuvent battre à la fois tous les ouvrages de la Forteresſe, & pour lors les aſſiègez ſont en danger de deux ou trois endroits, au lieu qu'ils n'auroient à craindre que d'un. 2. les Parapets ſeroient ruinez tout à la fois, & même cela pourroient arriver avant que l'Ennemi ſe feuſſe logé ſur les glacis, & ainſi il ne reſteroit aucune defence aux aſſiègez pour ſe pouvoir ſervir du têms d'un auſſaut, car lors que les Parapets ſont ruinez on n'a plus de defence. 4. Si l'Ennemi gagne le chemin couvert & veüille donner aſſaut à un ouvrage exterieur, il peut planter des Canons & de Mouſquets ſur la ligne de defence, & pour lors il peut monter a ſouhait ſans grand danger ſur l'ouvrage, & ſi loger. 5. Sur cela l'on nepeut pas autrement conclure, ſi non que la defence d'un ouvrage au deſſus de l'autre, le troiſiéme en à fort peu, ou point du tout. Exepté

que

nichts sey/ es wäre dann/ daß das Ravelin von dem Haupt-Wall über die Tenaille weg defendiret würde/ dañ in diesem Fall lieget das mittlere tieff genug unter dem Schuß/ daß also die in dem mittleren Werck Commandirte sicher seyn/ wäre aber die Höhe der Tenaille zwischen der Höhe des Haupt-Walls und der Höhe des Ravelins, so könte/ und zwar fürnemlich des Nachts/ die Defension nur von einem Orte/ das ist/ entweder nur von dem Haupt-Wall oder von der Tenaille geschehen / widrigenfalls würden die in dem mittleren Wercke vor ihren eigenen Cammeraden nicht sicher seyn. Nachdem nun der Feind Eins/ wañs hoch kömt Zwey/ solcher Aussenwercke erobert/ seyn die Belagerten genöhtiget/ auf einen Accord zu gedencken/ wann er anders profitable für sie fallen sol/ damit ist es um die annoch mit Ammunition und Provient gnugsam versehene Vestung geschehen/ und wann sie auch noch so viel zu erbauen gekostet/ und der Schlüssel zu einem gantzen Königreich wäre/ ist also eine höchste Nohtwendigkeit/ daß bey Anlegung einer Vestung dahin gesehen werde/ daß wann der Feind ein Werck einbekommen/ sich gegen ihm allezeit 6. und mehr Secundanten hervorthun/ welche er zuvor niemals gesehen hat/ in welchem Fall sich die Belagerten für nichts zu befürchten/ sondern sie seyn in dem Stande/ den Feind wo nicht gar vielmal wieder zu delogiren/ ihm doch zum wenigsten entsetzlichen Schaden zu thun/ hiemit achte ich denen Liebhabern der Fortification für dißmal genug gesagt zu haben/ findet aber Jemand etwas erhebliches/ so wider meine Meynung ist/ so bitte solches in behörigen terminis an mich ergehen zu lassen; So werde ich endlich mit sonderlichem Vergnügen meinen vorgesetzten Endzweck erlangen. GOTT mit Uns.

Zum Beschluß wil ich denen Herren Ingenieurs und Architectis ein Instrument communiciren/ wodurch dieselben/ nicht allein einen Wall um die gantze Vestung herum in gerechter égalité aufführen; sondern auch einen jeden Grund/ ausgenommen den Fels/ auf welchen ohne dem ohne Gefahr zu bauen/ examiniren können / ob er ohne Rost oder Pfähle das Gebäu zu tragen vermögend sey oder nicht.

Dessen Beschreibung.

TAB. VIII. Nro. 8.

Es sey a. das Gestelle zwischen welchem der Rammel gehet/ lang	32. Zoll.
b. die Rude worinnen der Rammel mit dem Zapffen gehet/ der Rammel sey schwer — — —	24. Pfund
c. ein Weiser welcher so offt einen Grad fortgehet als der Rammel herunter fället.	
d. der Pfahl welcher von Eisen/ unten zugespitzet und lang ist	3. Schuh.
Dieser Pfahl kan eingetheilet werden in — — —	100. theile.

Erklärung des Weisers.

Nro. 9. Dieser sey Nro. 9. im Profil vorgestellet/ und ist e der Schieber den der Rammel/ indem er herunter fället/ hinein treibet/ und verursachet/ daß dessen Haken allezeit an dem Rade einen Zahn fort rücket / f. ist eine Feder/ welche den Schieber/ wañ der Rammel in die Höhe gezogen wird/ allemal wieder hervor treibet. g. ist ein Rad mit 60. Zähnen an dessen Axe der Weiser bevestiget ist/ muß also der Rammel 60. mal herunter fallen/ ehe der Weiser einmal herum kommet/ h. ist eine Feder welche vorne gekrümmet/ und verhindert/ daß der Schieber e. das Rad nicht wieder zurück nehmen kan/ über

dem

que du rempart ſuperieur au deſſus de la Tenaille on ne defendiſſe le Ravelin, car dans cette occaſion le millieu eſt aſſez bas au deſſous du coup, ainſi ceux qui ſont commandez au dit ouvrages ſont en ſureté; Mais ſi la hauteur de la Tenaille étoit entre celle du Rempart ſuperieur, & celle du Ravelin, l'on ne pourroit ſe defendre que d'un côtè, ſçavoir du Rempart ſuperieur ou de la Tenaille, & encore les Soldats qui ſeroient dans les ouvrages du millieu ne ſeroient point en ſureté de ſes propres Camarades, & aprés cela, lors que les ennemis ſe ſont rendus maître d'un, ou au plus de deux ouvrages exterieurs, les aſſiègez ſont obligez de ſonger à Capituler lors qu'il leur peut être profitable, ainſi la Forteresſe eſt perduë, avec toute ſes Ammunitions de guerre, & de bouche, quand même elle ſeroit la clef d'un Rojaume, & auroit couté des ſommes immenſes pour la bâtir, Ainſi c'eſt une grande neceſſité de conſiderer lors qu'on ſitue une Forteresſe, que quand l'Ennemi prendroit un de ſes ouvrages, il en trouve encore 6. Secondants ou d'avantage qui n'avoit pas encore veu, ainſi les aſſiègez n'ont rien à craindre, mais au contraire ils ſont en Etât s'ils ne delogent pas tout à fait les ennemis, de leurs cauſer des pertes conſiderables. En fin je croy en avoir dit aſſez aux Amateur des Fortifications, cependant ſi quelqu'un rencontroit quelque choſe contre mon ſentiment, je le ſupplie de me le faire ſçavoir au plûtôt, & j'aurai atteint avec une ſinguliere ſatisfaction la fin de mon bût. DIEU ſoit avec Nous.

Pour la cloture je veux communiquer à Mrs. les Ingenieurs, & Architectes, un Inſtrument le quel non ſeulement guide à faire un Rempart égal au tour d'une Forteresſe, mais auſſi chaque fondement, exepté le Rocher, ſur le quel ſans cela l'on peut bâtir ſans danger, examiner s'il peut ſupporter le Batiment ſans être grillé. Piloté, ou non.

Deſcription.

Que a. ſoit la gruë entre l'aquelle eſt le mouton de longueur de	32. degrês	TAB. VIII.
b. ſoit l'endroit ou le mouton & ſa cheville entre, le mouton ſoit peſant de — — —	24. livres.	Nro. 8.
b. un guidon le quel toute les fois qui avance d'un degré le mouton tombe		
d. le pieu, le quel eſt garni en bas d'un fer pointu & long de	3. pieds.	
Cepieu peut être partagé en — — —	100. part.	

Eclairciſement du Guidon.

Celui cy ſoit Nro. 9. repreſenté en profile & e. eſt le pouſſant qui fait entrer, a meſſure que le mouton tombe, & qui cauſe que ſon crochet avance toûjours à la Rouë d'une dent, f. eſt un reſort le quel le pouſſant, lors qu'on leve le Mouton en haut, il pouſſe toûjours en avant. g. eſt une Rouë avec 60. dents, au corps de la quelle, eſt attaché le guidon. Ainſi il faut que le Mouton, tombe 60. fois avant que le guidon en deſcende une, h. eſt un Reſort le quel eſt plojè en devant, & empeche que le pouſſant, e. ne requlle point la Rouë, ſur la gruë prés de. k. il y a un tourniquet ou la cor- Nro. 9.

de

dem Gestelle bey k. ist eine Rolle angemacht/ worauf der Strick lauffet/ mit welchem man den Rammel in die Höhe ziehet/ oben in der Mitte des Rammels bey i. muß ein Schneller angebracht werden/ woran der Strick hanget/ und loß schnellet/ wañ der Rammel oben anstösset.

Folget dessen Gebrauch bey Auferbauung einer Vestung.

NAchdem der Wall 2. bis $2\frac{1}{2}$. Schuh aufgeführet/ so nehmet das Instrument und stellet den Weiser auf Eins/ lasset den Rammel so offt herunter fallen bis der Pfahl 70. bis 80. Grad in die Erde getrieben/ und mercket an dem Weiser wie viel mal der Rammel herunter gefallen. Gehet an einen andern Ort und treibet den Pfahl wieder bis an den vorigen Grad hinein/ seynd nun der Schläge eben so viel geschehen wie zuvor/ so ist die Erde auch hier so dichte geschlagen als an dem vorigen Ort/ seynd aber der Schläge mehr geschehen als zuvor/ so ist die Erde an diesem Ort härter/ sind deren weniger/ so ist sie lockerer als an dem vorigen Ort. Wañ dañ solche Proben um den gantzen Wall herum gemacht werden/ so zeiget dieses Instrument diejenigen Oerter an/ alwo die Erde nicht hart genug zusammen getrieben; Wañ dañ diejenigen Oerter/ alwo die Erde zu locker gefunden worden/ der andern gleich gemachet/ wird der Wall wiederum 2. bis 3. Schuhe aufgeführet/ und die Proben wie vorhin angestellet/ also wird bey jeden 2. bis 3. Schuh Erhöhungen procediret/ bis der Wall in die Höhe geführet ist; Da nun aus der Erfahrung bekandt ist/ daß sich der Wall/ obgleich der Grund ohnbeweglich/ an einem Orte mehr setzet/ als an dem andern/ und also alleine davon herrühret/ daß der Wall inégal aufgeführet worden/ also kan man durch dieses Instrument diesem Fehler vorkommen.

Von Examinirung eines Grundes worauf ein Gebäude sol gesetzt werden.

WIl man erfahren ob derjenige Grund/ worauf ein Gebäude sol gesetzt werden/ tüchtig ist ohne Pfähle und Rost dasselbe zu tragen/ so examiniret einen andern Grund/ darauf ein Hauß stehet/ das von ohngefehr der Schwere ist/ als dasjenige so erbauet werden sol/ und vergleichet die beyden Gründe miteinander/ so wird der Unterscheid zu erkennen geben/ ob darauf sicher zu bauen ist/ oder nicht/ die Operation ist also: Lasset bey einem schon erbaueten Hause hinein graben bis auf den Grund/ setzet den Rammel an/ und treibet den Pfahl bis auf 60. Grad hinein/ zeichnet beydes die Grade am Pfahl und die Schläge des Rammels auf/ und gehet an den Ort/ wo das neue Gebäude hinkommen sol/ treibet den Pfahl wieder bis an die 60. Grad hinein/ wañ dañ darzu mehr Schläge als zuvor erfordert werden/ so ist der Grund besser/ bey wenigern aber schlimmer; Ihr habet nicht nöhtig allezeit bey einem erbaueten Hause einzugraben/ um dadurch eine Regul zu haben/ sondern man kan das Gebäude per Stereometria ausrechnen und seinen Inhalt und Schwere erforschen/ denselben nebst denen gefundenen Graden und Schlägen/ in eine Tabelle verzeichnen/ dessen man sich bey jeden vorkommenden Fällen mit nicht geringen Nutzen bedienen kan.

ENDE.

de avec la quelle on leve le mouton ſe roulle, en haut au millieu du mouton prés de i. il faut mettre un Reſort ou la corde pend, & lors que le mouton touche en haut il ſe ſe ferme.

Suite de cette Methode pour s'en ſervir à batir une Fortereſſe.

Aprés que le Rempart eſt élevé de 2. jusqu'a $2\frac{1}{2}$. pieds prenez cét Inſtrument, & dreſſez le guidon ſur un, laiſſez tomber le mouton jusqu'a ce que le pieu ſoit entré en terre 70. ou 80. degrés, remarquez au guidon combien de fois le mouton ſera tombé. Allez à un autre endroit & pouſſez encore le pieu jusqu'au même degré, ſ'il faut autant des coups, la terre eſt ſi ferme qu'a l'autre endroit. Mais ſ'il en à falu d'avantage, la terre eſt plus ferme, parcontre moins, la terre eſt plus creuſe qu'a l'autre endroit. Lors que cette epreuve ſera faite tout au tour du Rempart. C'eſt inſtrument marque les endroits ou la terre eſt plus mouvante; Lors qu'on à de couvert les endroits creux en les fait comme les autres, & l'on continuë à élever le Rempart de 2. à 3. pieds, & l'on fait encore l'Epreuve comme ſi devant, & l'on continuë, à tous les 2. ou 3. pieds d'hauteur, jusqu' à ce que le Rempart ſoit elevé, car l'eſperience nous fait connoître qu'il eſt evident que quoi qui le fondement ſoit innebrennable, il en fonce plus à un endroit qu' à l'autre, & de la vient qu'on elevé le Rempart inégal, ainſi par cêt Inſtrument l'on peut prevenir ce de faut.

Pour Examiner un Fondement ſur lequel on doit poſſer un Bâtiment.

VEut-on connoître ſi un fondement ſur le quel on doit poſſer un bâtiment eſt bon, & s'il pourra le ſupporter ſans, grilles, ou pilots, examinez un autre fondement ſur le quel on à bâti une Maiſon à peu près de la peſanteur de celle qu'on veut bâtir, confrontez les deux fondement, & vous connoîtrez la difference, & verrés ſi l'on peut bâtir ſeurement ou non, l'operation ſe fait ainſi, vous faites creuſer prés d'une Maiſon qui eſt deja bâtie jusqu'au fondement, dreſſez la gruë, & plantez avec le mouton, le pieu en terre jusqu'au 60. degré, marquez les coups que le mouton aura frapé, allez à l'endroit ou l'on doit bâtir le nouveau Bâtiment, plantez le pieu en terre & faites le fraper par le mouton comme ſi devant jusqu' à ce qu'il ſoit eutré 60. degrés, s'il faut plus des coups qu'au ſi devant, le fondement eſt meilleur, & s'il en faut moins, il eſt plus mauvais. Vous n'avez pas toûjours beſoin de faire creuſer prés d'une maiſon deja bâtie, pour vous en faire une regle, mais l'on peut calculer le Bâtiment par la Stereometrie & s'avoir ſon contenu & peſanteur, le tout êtant marqué dans une Table avec les coups & les degrés trouvez, dont l'on peut ſ'en ſervir avec une grande utillité dans toutes les occaſions ou l'on peut ſe rencontrer.

FIN.

Tab: 1.

figura 1.

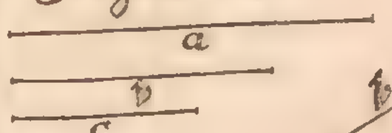


fig: 2.

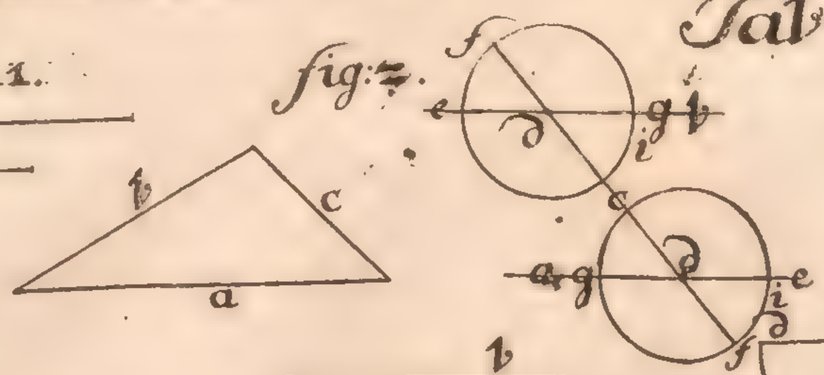


fig: 3.

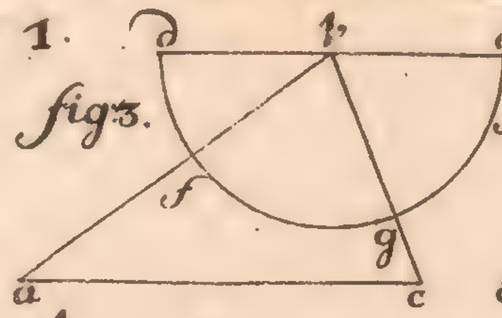


fig: 4.

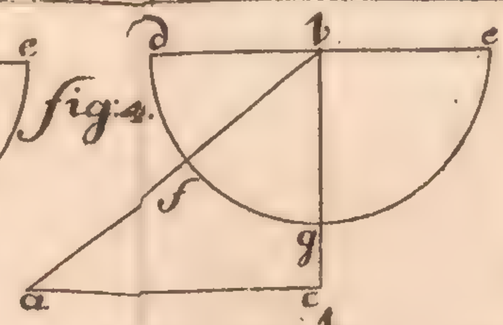


fig: 5.

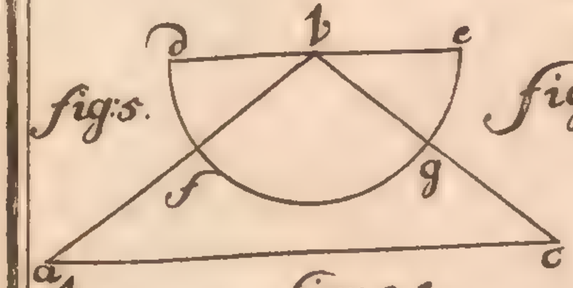


fig: 6.

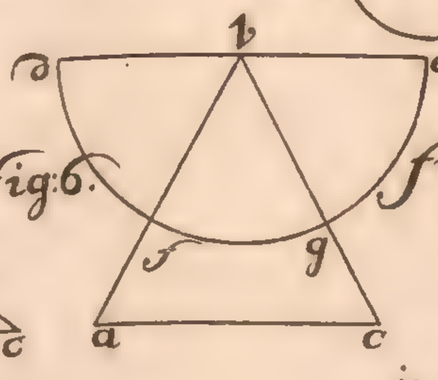


fig: 7.

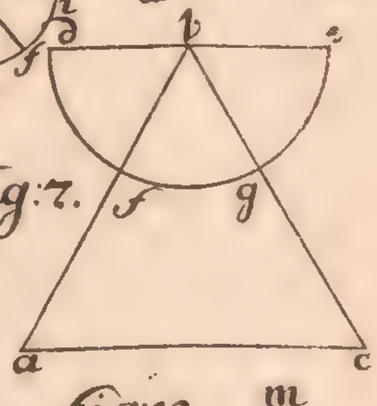


fig: 8.

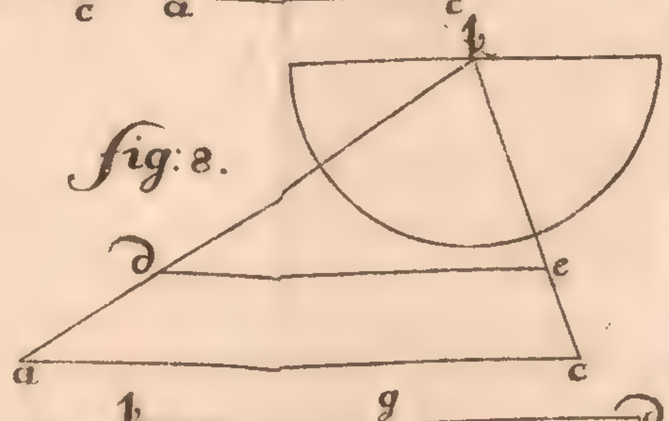


fig: 9.

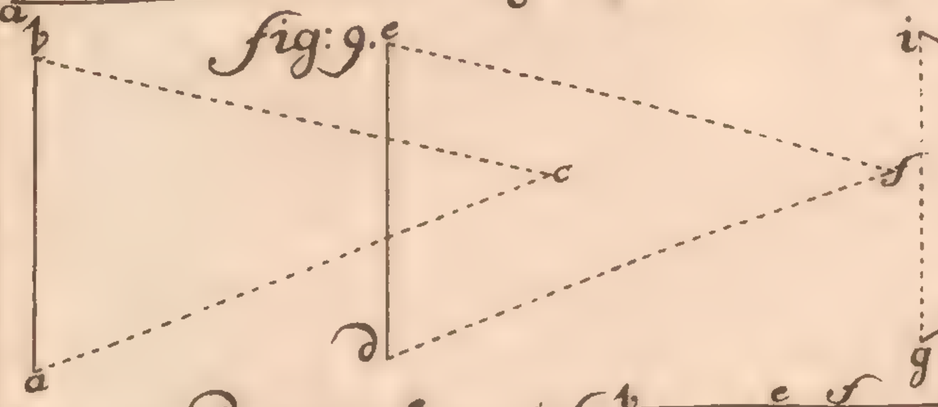


fig: 10.

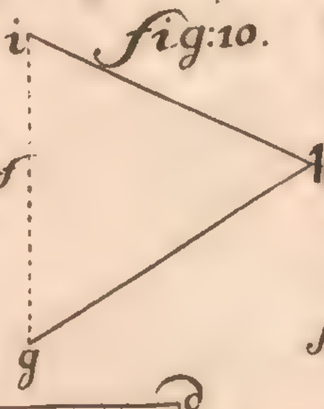


fig: 11.

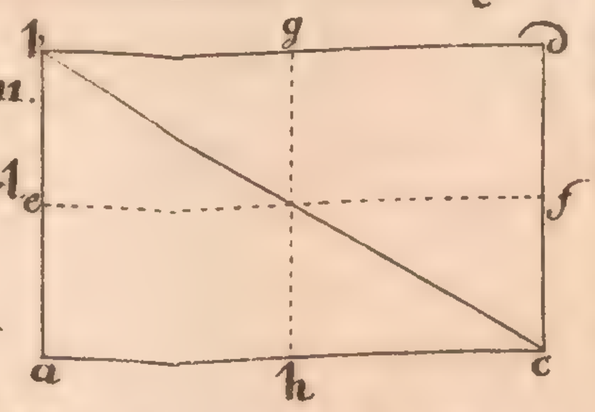


fig: 12.

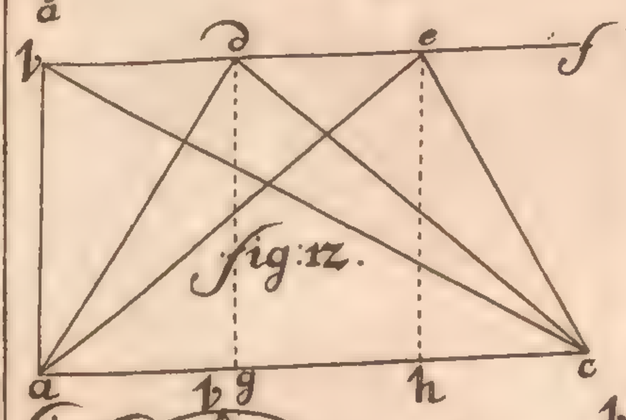


fig: 13.

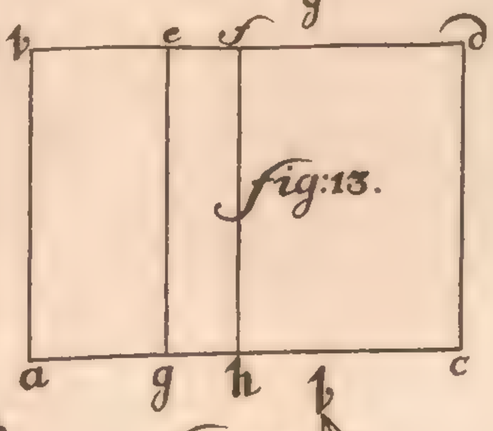


fig: 14.

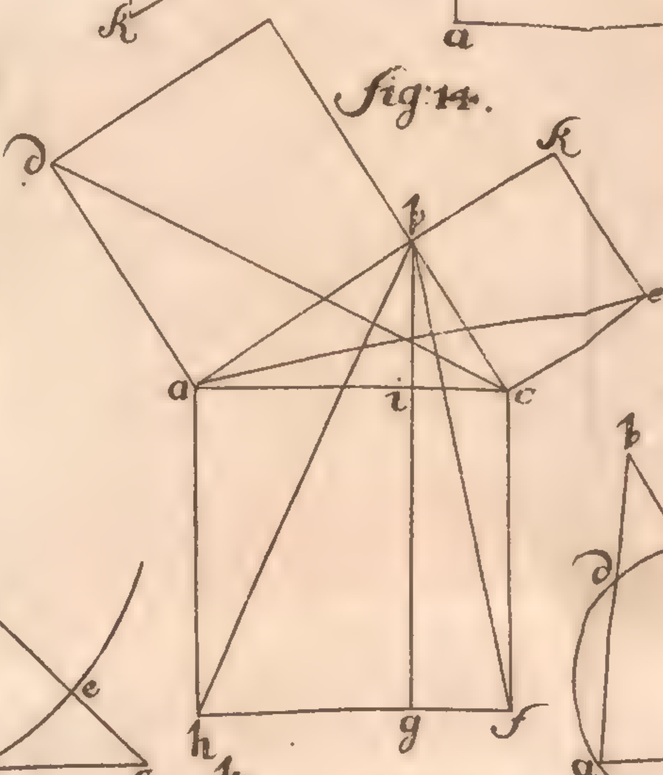


fig: 15.

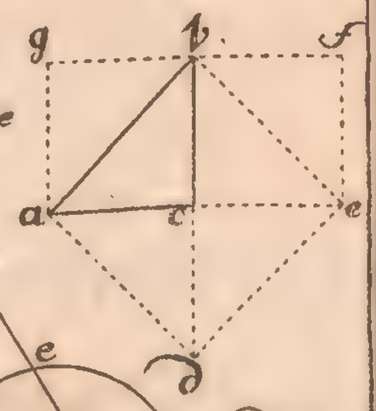


fig: 16.

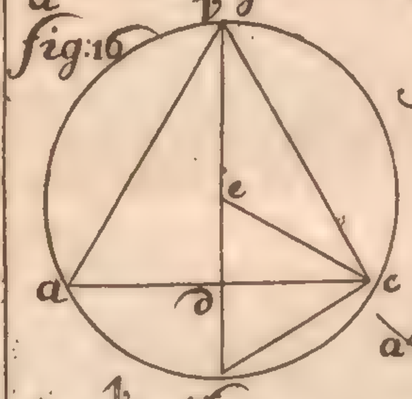


fig: 17.

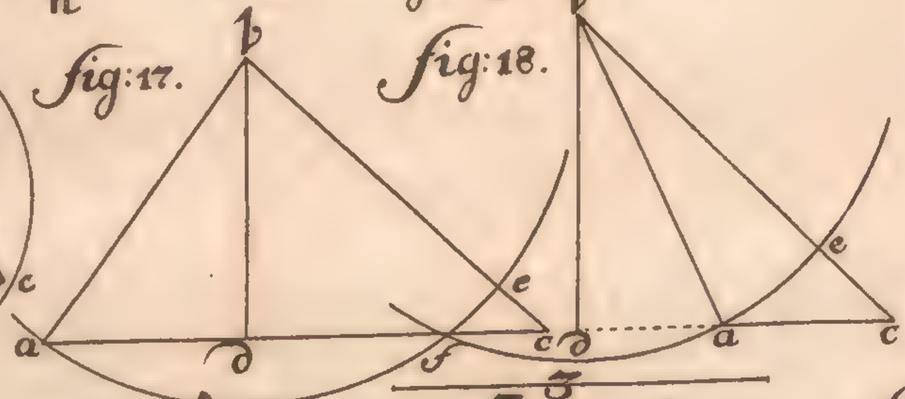


fig: 18.

fig: 19.

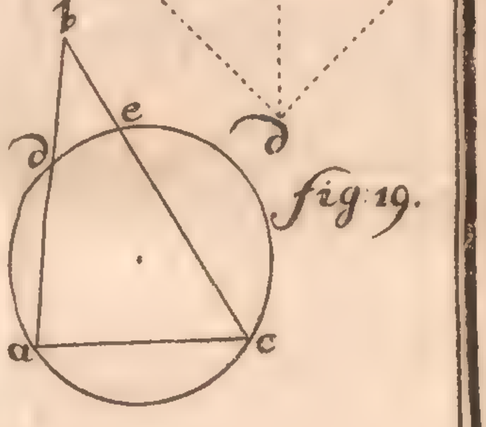


fig: 20.

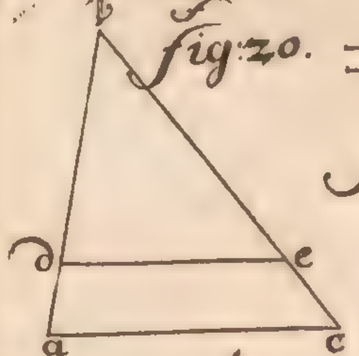


fig: 21.

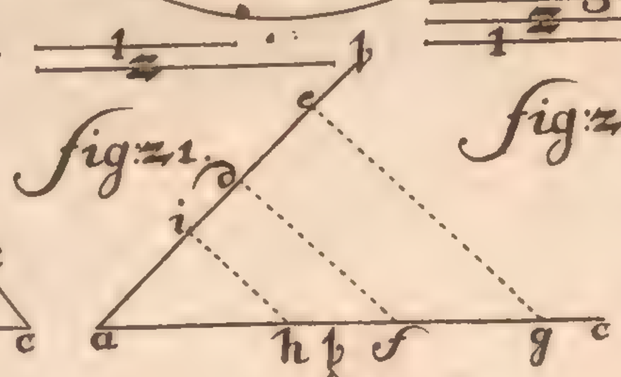


fig: 22.

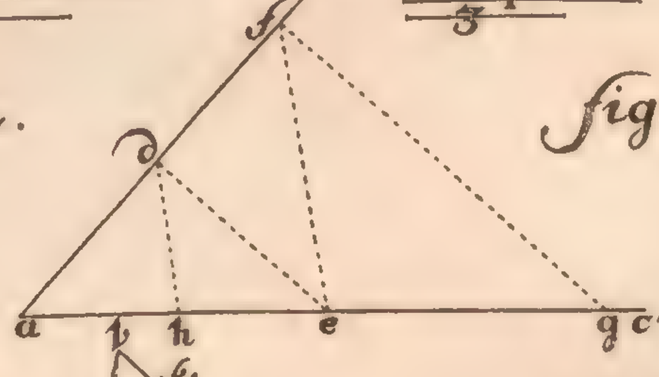


fig: 23.

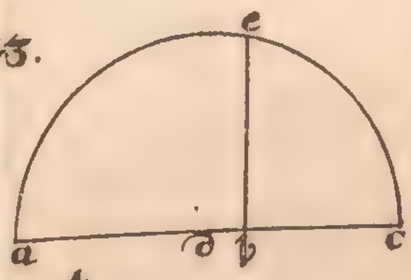


fig: 24.

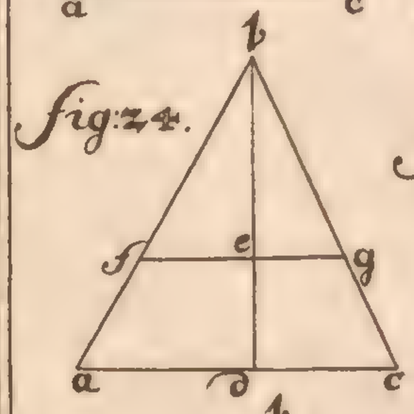


fig: 25.

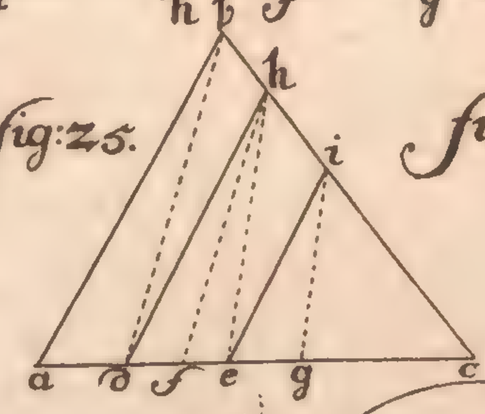


fig: 26.

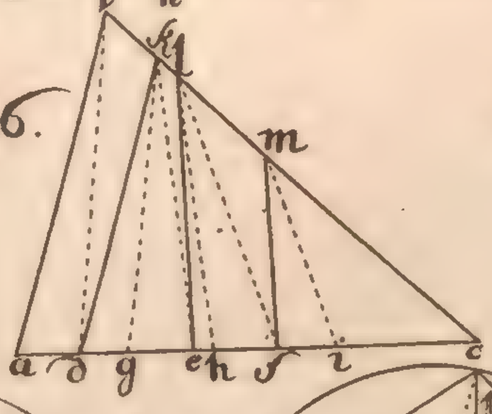


fig: 27.

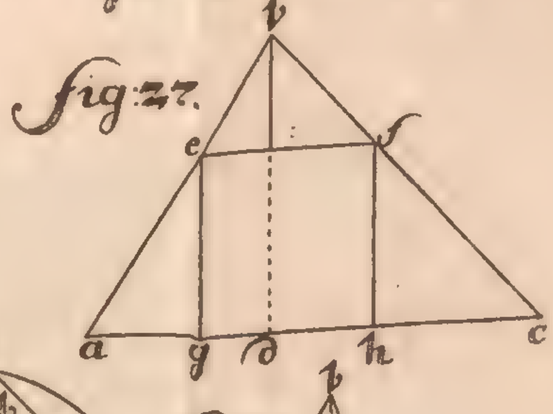


fig: 28.

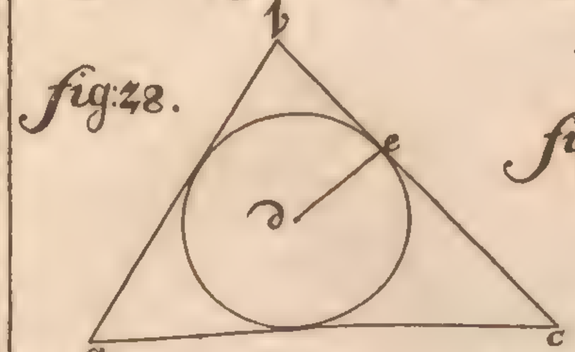


fig: 29.

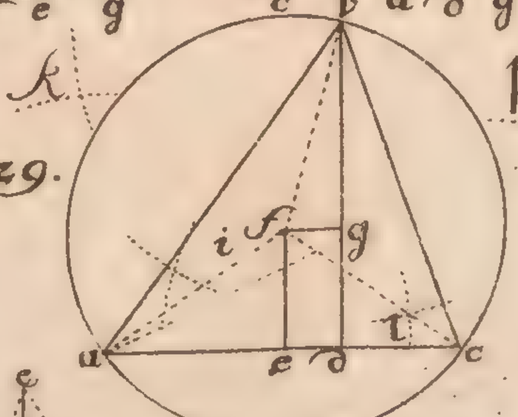


fig: 30.

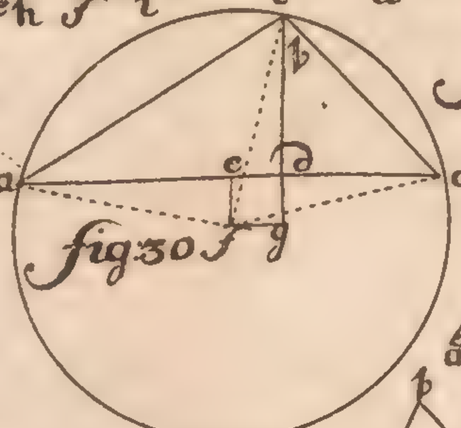


fig: 31.

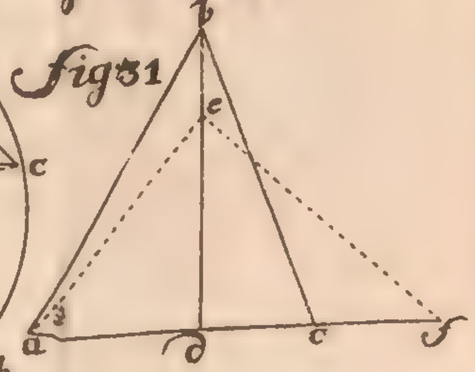


fig: 32.

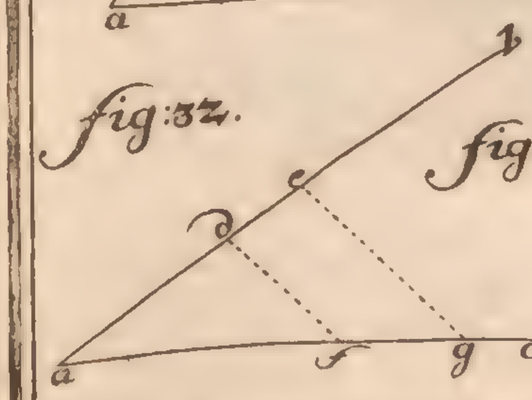


fig: 33.

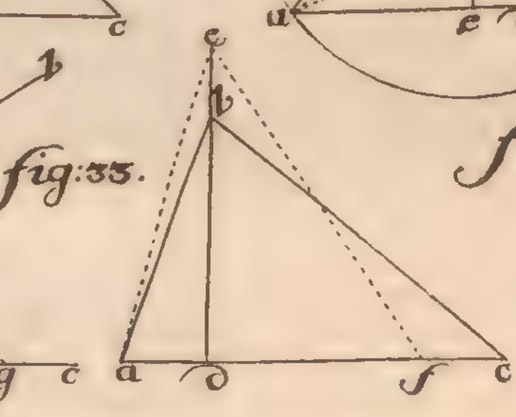


fig: 34.

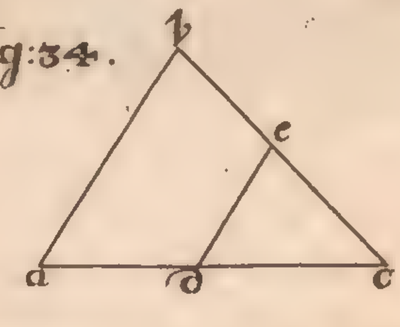
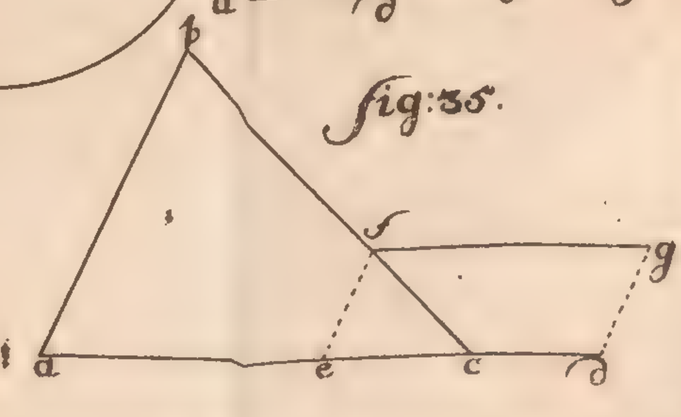


fig: 35.



Tab: Z.

fig: 36.

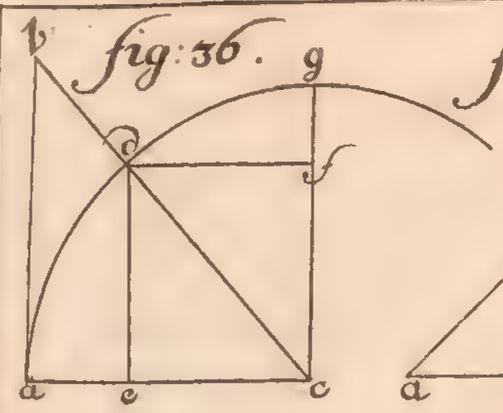


fig: 37.

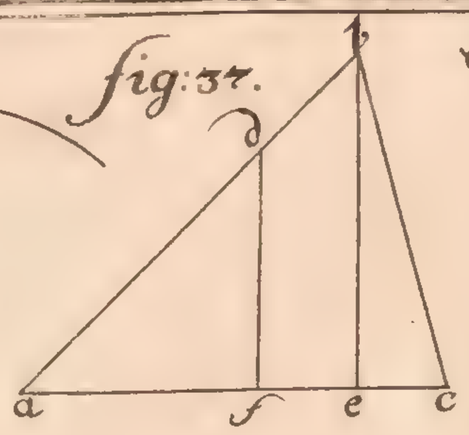


fig: 38.

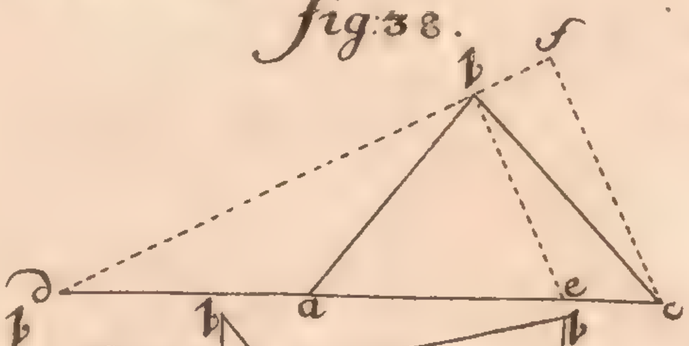


fig: 39.

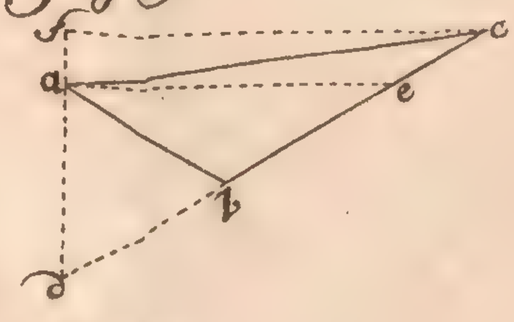


fig: 40.

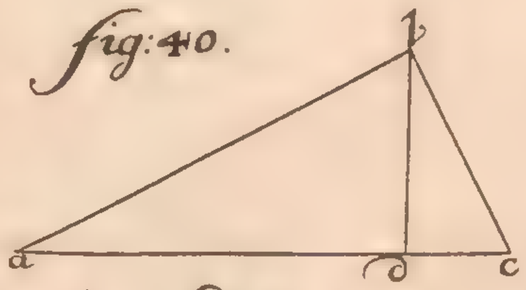


fig: 41.

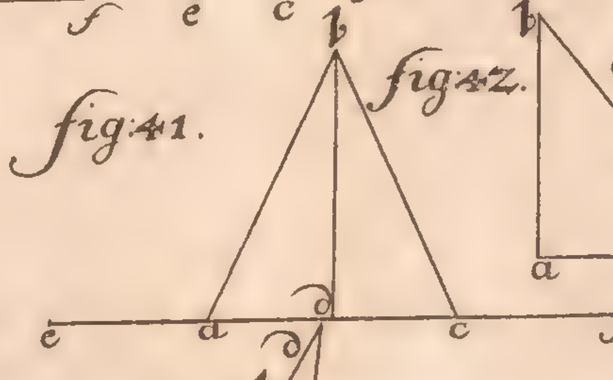


fig: 42.

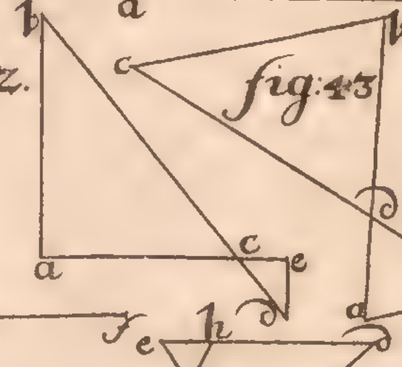


fig: 43

fig: 44.

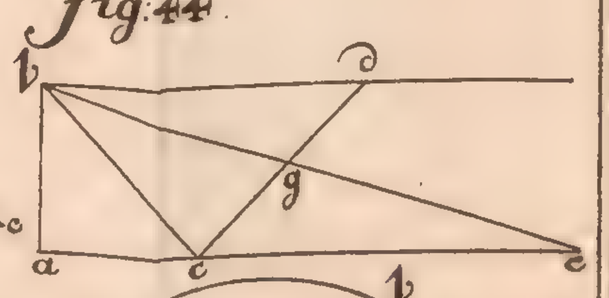


fig: 45.

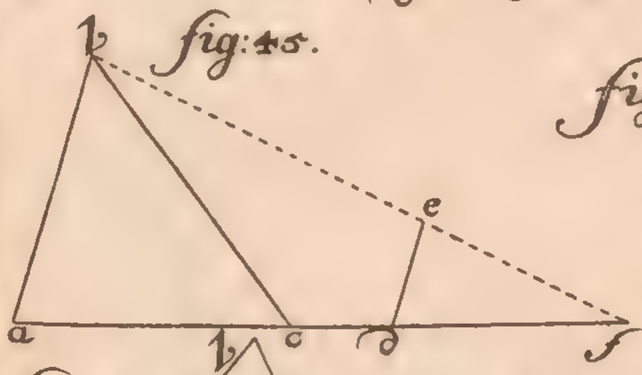


fig: 46.

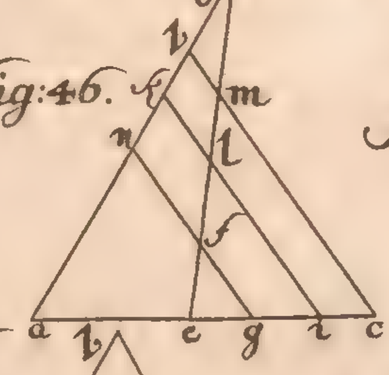


fig: 47.

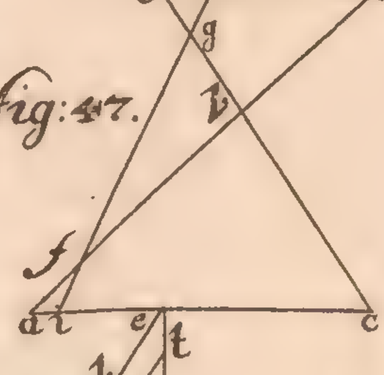


fig: 48.

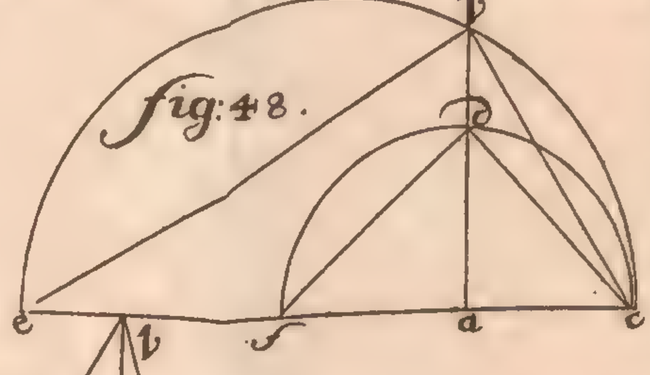


fig: 49.

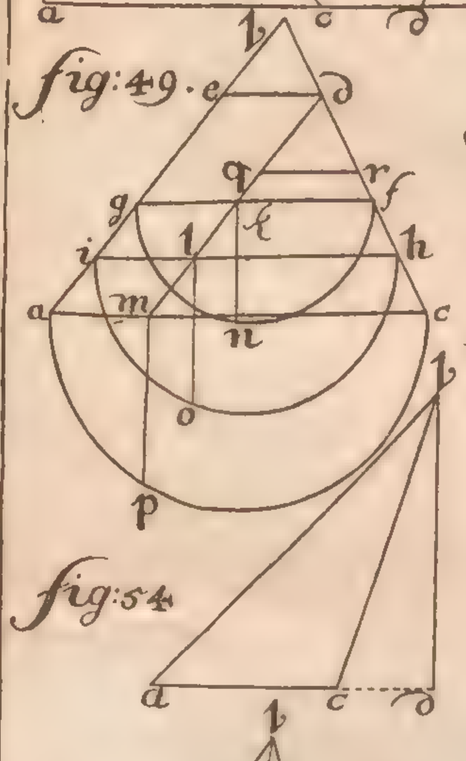


fig: 50.

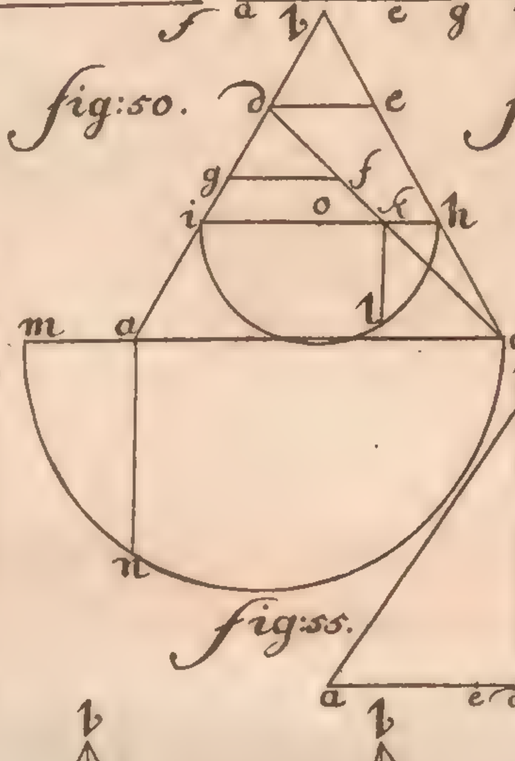


fig: 51.

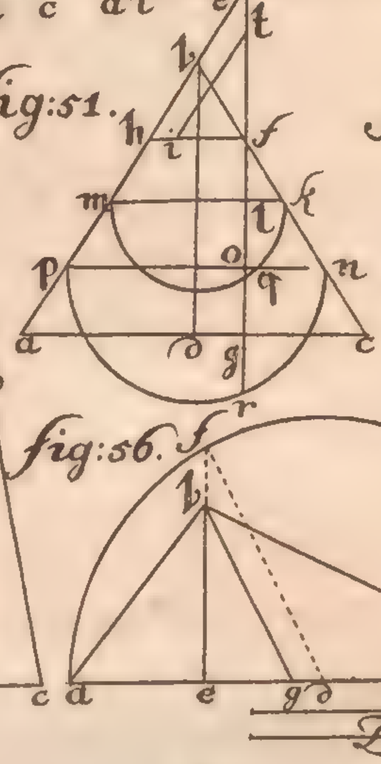


fig: 52.

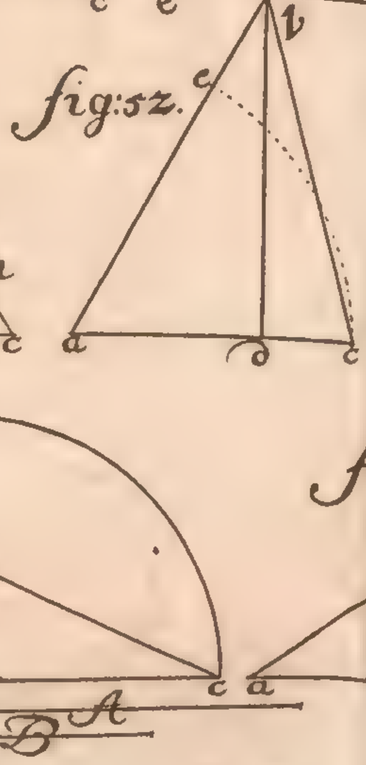


fig: 53.

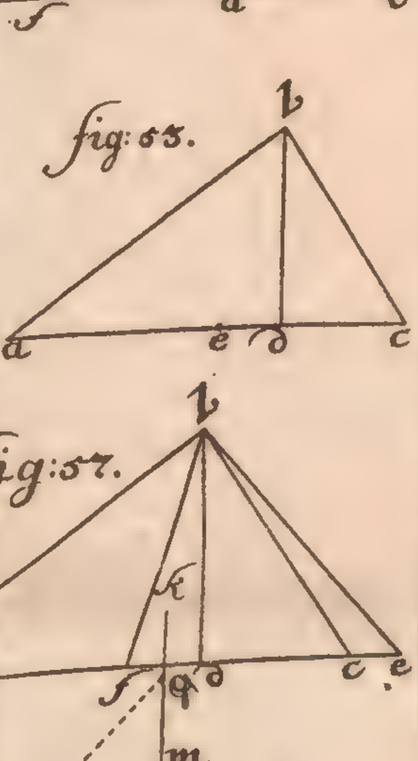


fig: 54

fig: 55.

fig: 56.

fig: 57.

fig: 58.

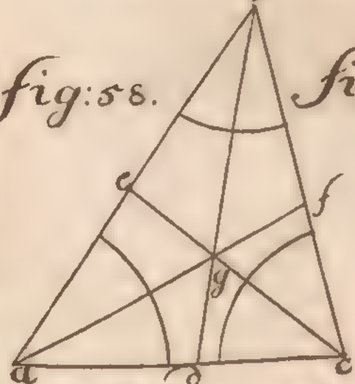


fig: 59.

fig: 60.

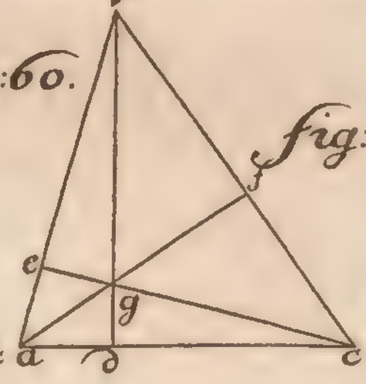


fig: 61.

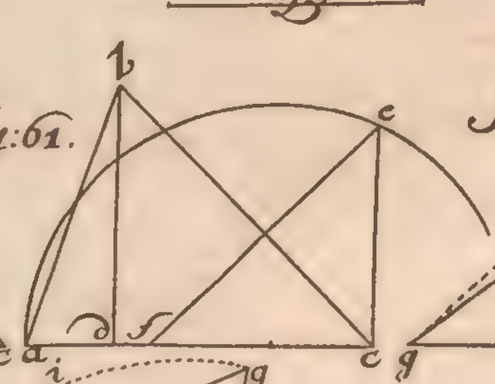


fig: 62.

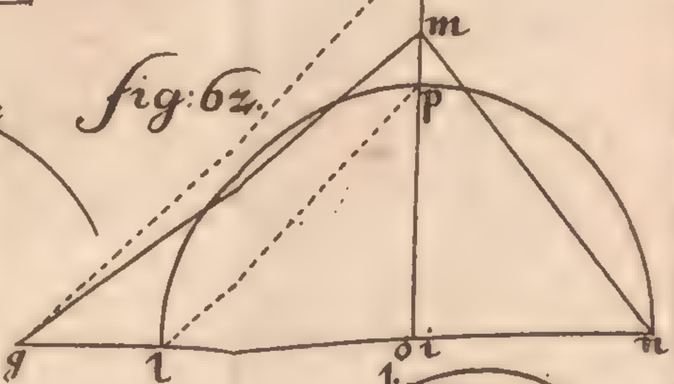


fig: 63.

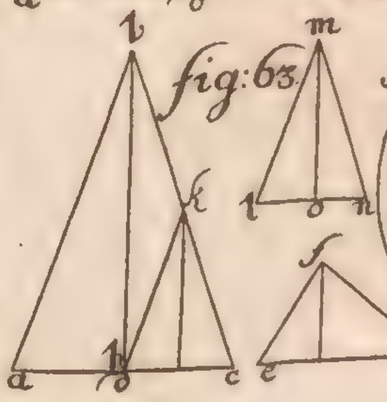


fig: 64.

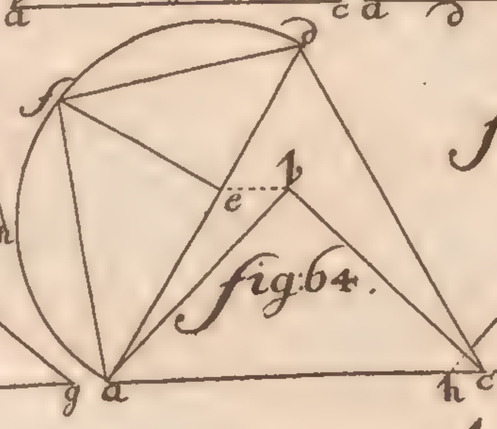


fig: 65.

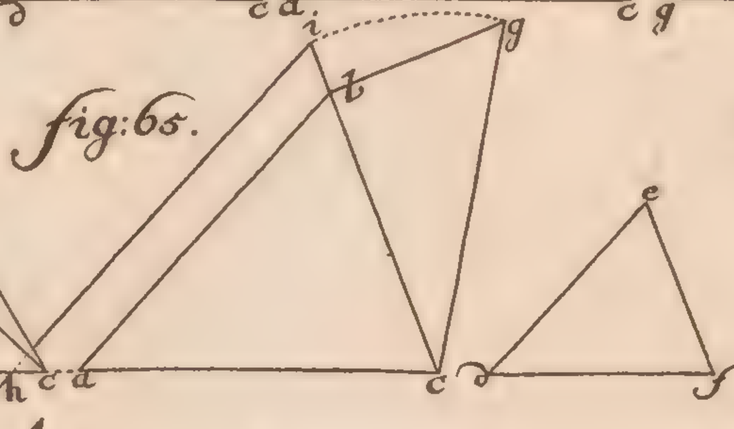


fig: 66.

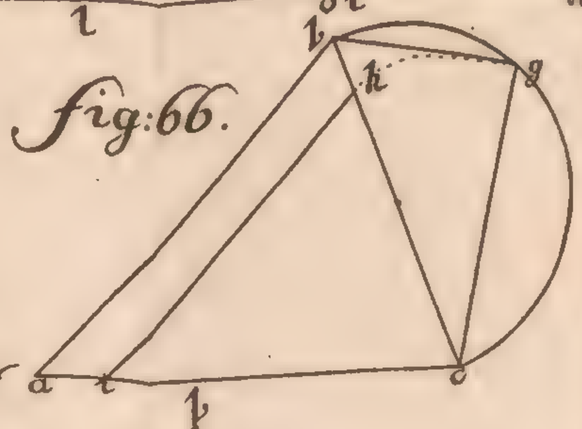
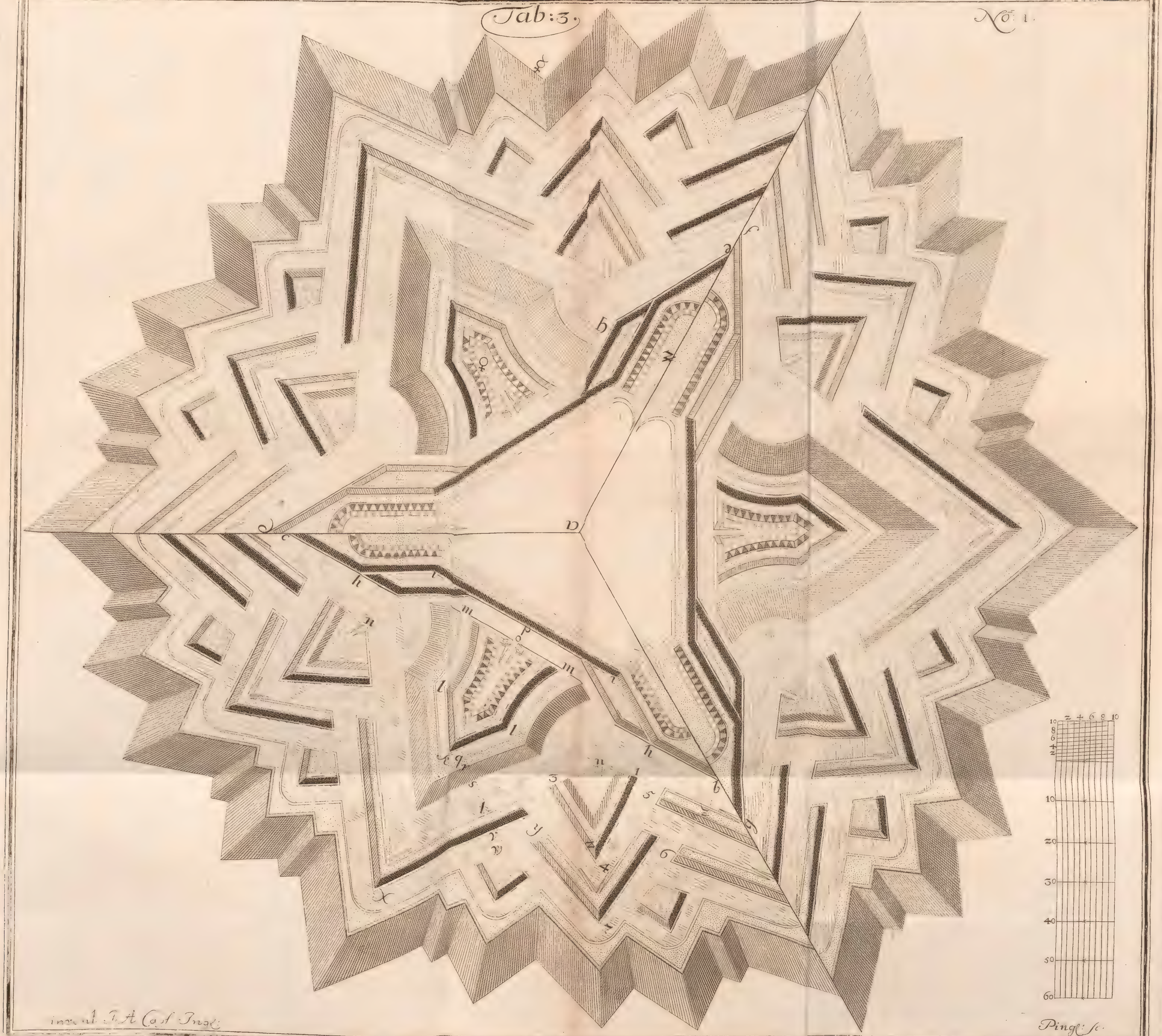


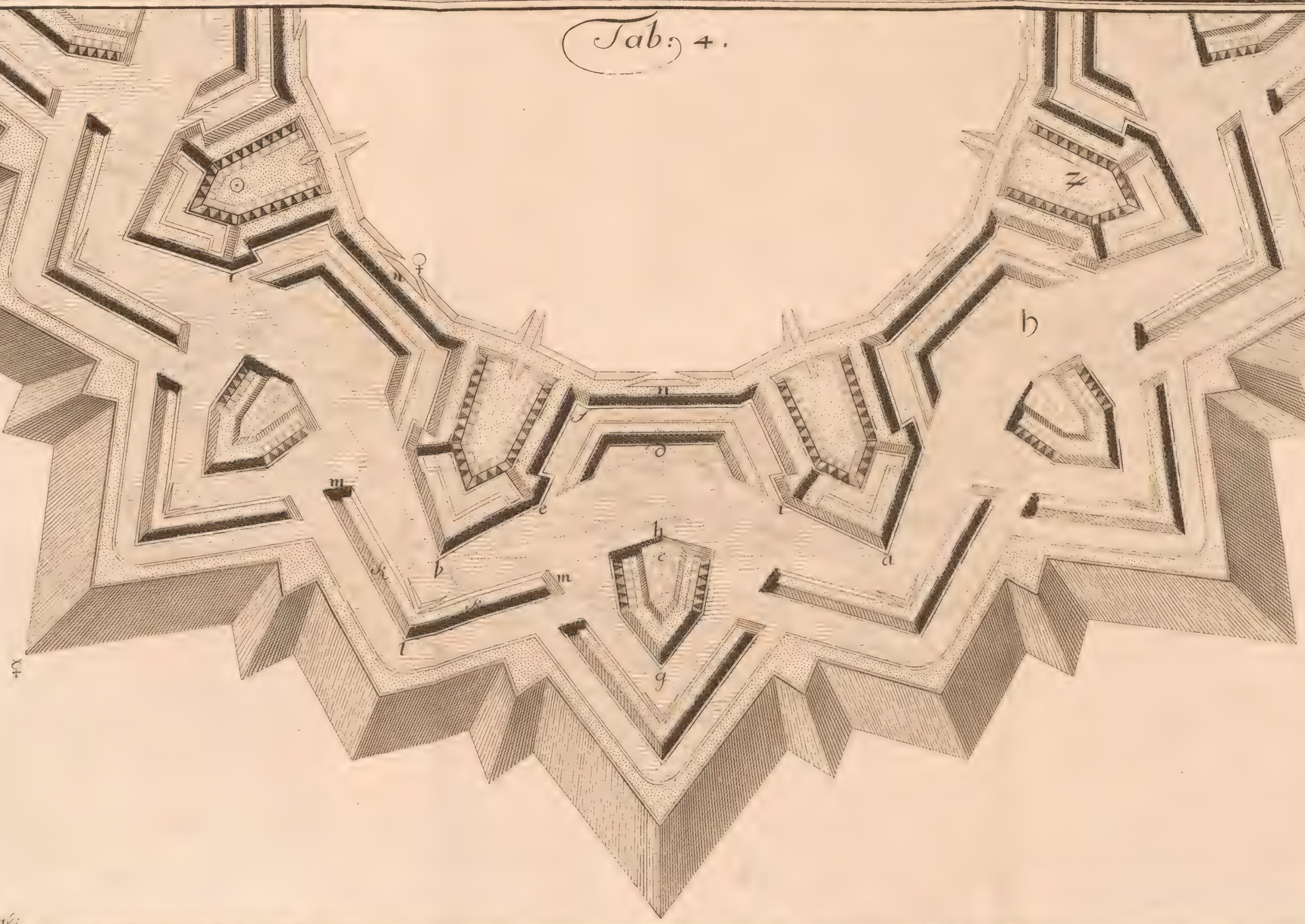
fig: 67.

fig: 68.


Tab: 3.
No: 1.
inv. et J. A. Cast. Ingl.
Pingl: sc.

Tab. 4.

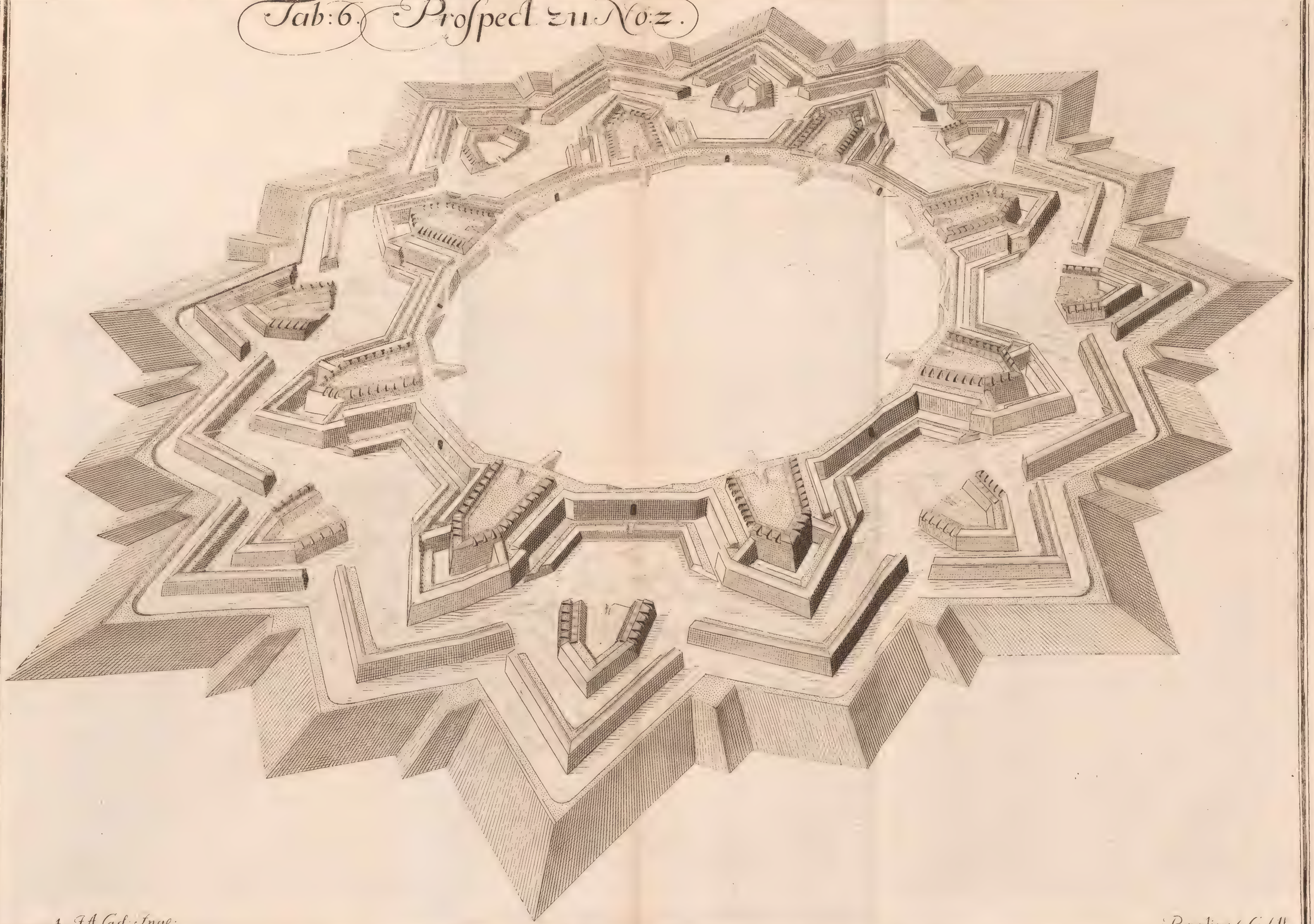
N° 2.


♀
♀
♀

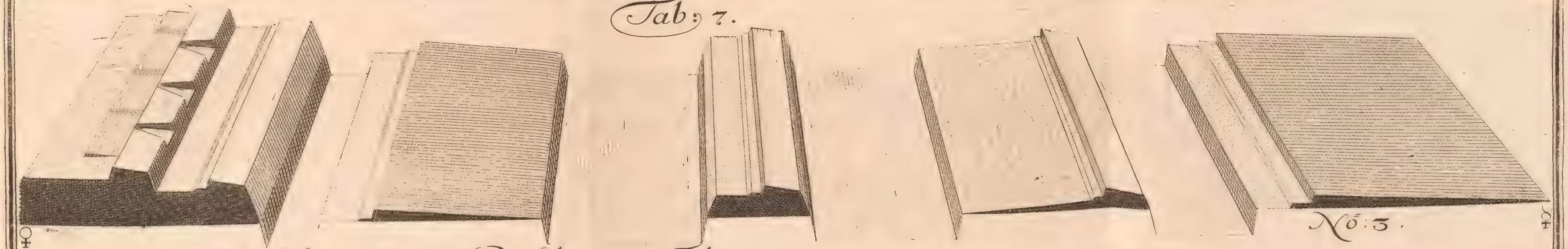
Tab: 5. Prospect zu No: 1.

invent: I. A. Casf. Ingl:

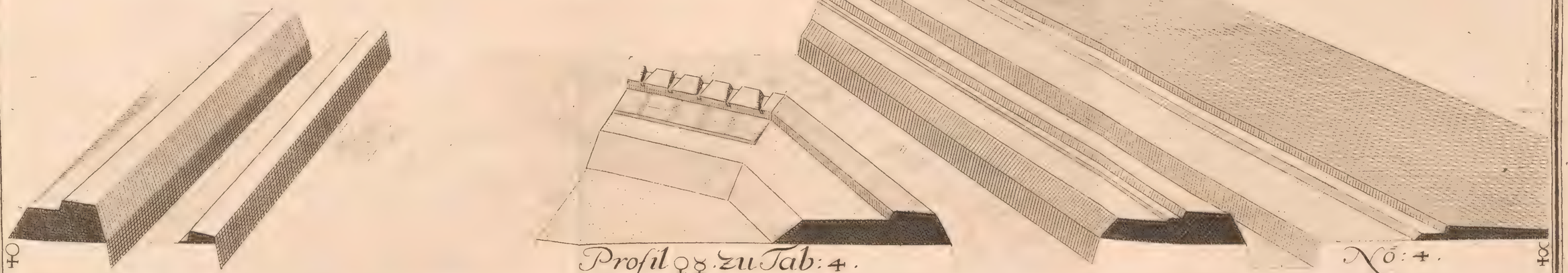
G. C. Pingeling sc: Casl.


Tab: 6. Prospect zu No: 2.
invent: J.A. Cass: Ingl:
Pingeling sc. Cassell.

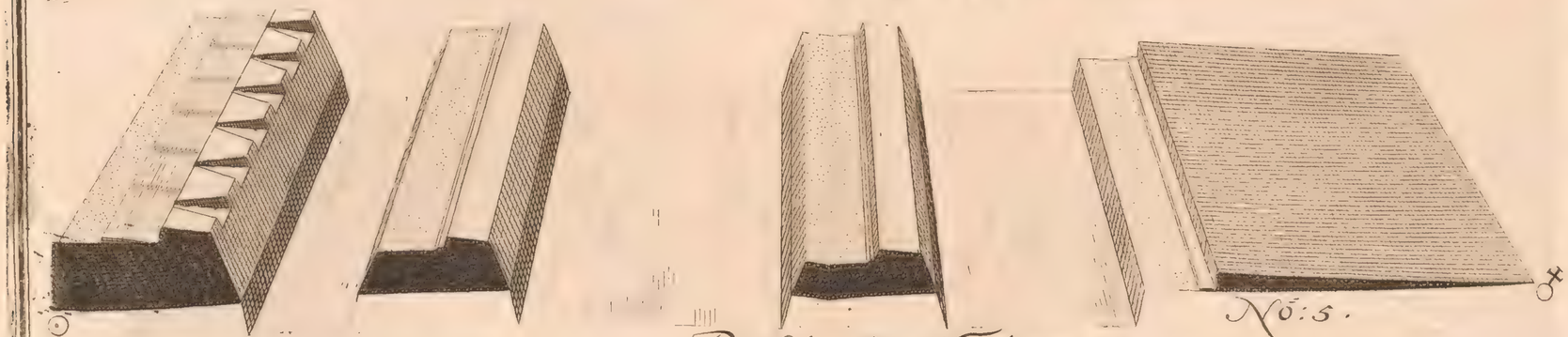
Tab: 7.



Profil ☿☿. zu Tab: 3.



Profil ☿☿. zu Tab: 4.



Profil ☉♂. zu Tab: 4.

Tab: 8.

Profil z h zu Tab 3.

No: 6.

fig: 69.

z

h

k

c

a

b

d

e

f

g

No: 9.

No: 8.

No: 7.

Profil z h zu Tab: 4.

M. C. FÖRSTER
Buchbinder
in München.

Inventar-Nr.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Cass, Johann Adam,

Neu verbesserter Ingenieur

Cassel 1722
2 Math.p. 8 f
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10942316-4
VD18 14650525-001